ISTITUTO POSTUNIVERSITARIO S. CHIARA
Centro territoriale servizi per le scuole autonome

PER UN CURRICOLO CONTINUO DI MATEMATICA

dalla scuola dell'infanzia al biennio delle superiori

Materiale di lavoro a cura del gruppo docenti delle scuole in rete

Anno scolastico 2004-2005

AD USO MANOSCRITTO, DIFFUSIONE INTERNA

PER UN CURRICOLO CONTINUO DI MATEMATICA

UN ANNO DI APPROFONDIMENTI

La nascita e l'utilizzazione delle relazioni e delle funzioni

Relazione dell'attività A.S. 2004/05 a cura di A. Maffini

DOCENTE COORDINATORE: MAFFINI ACHILLE
DOCENTE REFERENTE: SCARAVONATI MARIA

0. INTRODUZIONE

Il lavoro di quest'anno si è concentrato soprattutto sull'attività d'aula, visto sia in fase di progettazione che di realizzazione.
In particolare sono state prodotte e analizzate, alla luce del lavoro teorico svolto negli anni precedenti, delle unità di apprendimento che possono costituire da una parte una base di lavoro per insegnanti impegnati nello stesso ordine di scuola in cui sono state prodotte, dall'altro anelli di collegamento con ordini di scuole diversi.
L'analisi è stata fatta cercando di mettere in evidenza i concetti fondanti di relazione e funzione sui quali si è cercato di costruire un'ipotesi di curricolo verticale.
Oltre a dette Unità di apprendimento realizzate dalle insegnanti del gruppo, sono state effettuate attività d' aula in presenza dell'esperto su aspetti relativi alla costruzione precoce del concetto di approssimazione e di limite, in collaborazione col Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica dell'Università di Parma.
Alla presente relazione sono abbinate due cartelle contenenti i materiali forniti durante l'anno.

1. UNITA' DI APPRENDIMENTO

L'argomento "Unità di apprendimento" non è stato oggetto specifico delle attività del gruppo. Ciascun ordine scolastico ha seguito corsi specifici sull'argomento, anche se è stato comunque fornito materiale specifico (si veda la cartella UA).
In particolare le insegnanti delle elementari e le insegnanti della scuola Media hanno seguito corsi in cui sono state fornite diverse indicazioni. Le UD sono quindi state costruite sui modelli presentati. Ciò che è stato invece fatto all'interno del gruppo è stato di discutere quali aspetti specifici tra quelli trattati rientravano nelle UA proposte. Inoltre si sono indicate attività e testi che potevano essere utilizzati per l'attività specifica. L'obiettivo era quella di creare una serie di attività "testate" che potessero costituire un supporto per la trattazione futura degli argomenti specifici.

AVVERTENZA. Le osservazioni del coordinatore del gruppo e curatore della presente relazione relative a ciascuna UA sono riportate in nota. Si utilizzeranno per le note 3 colori diversi facenti a loro volta riferimento a tre 3 macro categorie in cui tali osservazioni sono suddivise. In particolare:
Blu: riferimenti a tabelle e rappresentazioni;
Rosso: riferimenti ai concetti di relazione funzione
Verde: riferimenti al concetto di operazione.
Quando, all'interno delle UA, emergono aspetti facenti riferimento a tali macro categorie, il testo verrà evidenziato nel corrispondente colore.

1.1. UA: Operazione riordino (I Scuola Primaria)

TITOLO : Operazione riordino N° ………..

SCUOLA : Scuola Primaria " G: Marconi " di Casalmaggiore **DATA DI INIZIO** ……… Settembre 2004

ANNO SCOLASTICO 2004 / '05 **DESTINATARI** : gli alunni delle classi prime

DOCENTI COINVOLTI : tutti nella fase pratica, la responsabile di matematica nella fase di riflessione e formalizzazione.

FASE DI AVVIO : i bambini di entrambe le classi hanno a disposizione una varieta' di giocattoli che usano durante la ricreazione.
I primi giorni, al suono della campana, li ripongono alla rinfusa in grandi cesti, ma ben presto si accorgono che questa gestione non è funzionale, infatti, nella ricreazione successiva , è più il tempo che perdono a cercarli che il tempo che possono dedicare al gioco.
Nasce così il bisogno di provvedere quotidianamente ad una loro sistemazione che sia funzionale .

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI

PECUP

- Rispettare l'ambiente, curarlo, conservarlo e migliorarlo, ricordando che è a disposizione di tutti, non solo di sé o di qualcuno.
- Osservare la realtà per riconoscervi relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nel tempo e nello spazio.
- Utilizzare le caratteristiche degli oggetti per stabilire confronti, individuare relazioni qualitative e quantitative, arrivando alla descrizione - rappresentazione di fenomeni anche complessi.
- Rappresentare la complessità dei fenomeni in molteplici modi: disegno, descrizione orale e scritta, simboli, tabelle, diagrammi , grafici…[1]

INDICAZIONI

- Tutte le maturazioni acquisite dai fanciulli vanno orientate verso la cura e il miglioramento di sé e della realtà in cui vivono, a cominciare dalla scuola stessa, verso l'adozione di buone pratiche, in tutte le dimensioni della vita umana, personale e comunitaria.

APPRENDIMENTO UNITARIO DA PROMUOVERE

L'alunno è in grado di

- formulare un progetto di organizzazione di uno spazio vissuto
- esplicitare i criteri su cui si basa

OBIETTIVO FORMATIVO

[1] La rappresentazione mediante tabelle e diagrammi costituisce un modo per introdurre concetti quali la rappresentazione grafica di funzioni. Anche in modo implicito, vale la pena sottolineare con i bambini quali sono gli elementi coinvolti e che vengono messi in relazione

La Scuola Primaria opera in modo che gli alunni, in ordine alla realizzazione dei propri fini ed ideali, possano sperimentare l'importanza sia dell'impegno personale, sia del lavoro di gruppo attivo e solidale, attraverso i quali accettare e rispettare l'altro, dialogare e partecipare in maniera costruttiva alla realizzazione di obiettivi comuni.

OSA

Matematica

Introduzione al pensiero razionale

Conoscenze : classificazione e confronto di oggetti diversi fra loro

Abilità : in situazioni concrete classificare oggetti fisici e simbolici in base ad una data proprietà ;

Dati e previsioni

Conoscenze : rappresentazioni iconiche di semplici dati, ordinate per modalità;

Abilità : raccogliere dati e informazioni e saperli organizzare con rappresentazioni iconiche, ordinate per modalità

Scienze

Conoscenze :
- caratteristiche proprie di un oggetto
- i primi confronti

Abilità:
- definire con un nome corpi di diverso tipo
- elencare le caratteristiche di corpi noti
- raggruppare per somiglianze[2]
- descrivere animali comuni , mettendo in evidenza le differenze
- ordinare i corpi in base alle loro proprietà.

Tecnologia e informatica

Abilità : osservare e analizzare gli oggetti di uso comune utilizzati nell'ambiente di vita e nelle attività dei fanciulli , classificandoli in base alle loro funzioni primarie

Educazione alla cittadinanza

Abilità :
- indagare le ragioni sottese a punti di vista diversi dal proprio, per un confronto critico;
- manifestare il proprio punto di vista e le esigenze personali in forme corrette e argomentate
- suddividere incarichi e svolgere compiti per lavorare insieme con un

[2] Dietro la modalità del raggruppamento si possono vedere sia modalità di formazione di insiemi per caratteristica (ad esempio, tutti gli oggetti rossi), sia l'individuazioni di classi di equivalenza (ad esempio, oggetti dello stesso colore) in cui "la caratteristica" diventa il carattere distintivo degli elementi della classe. Sarà importante lavorare su entrambi questi binari, anche per avviarsi al concetto di relazione.

obiettivo comune .

FASE ATTIVA

Come si è detto, l'attività è partita da un problema concreto, nato a scuola.
La situazione, che a prima vista poteva sembrare banale, ha invece coinvolto molti bambini
Ho così ritenuto opportuno utilizzarla per avviare gli alunni a strutturare la loro esperienza.
Il " problema " è stato chiarito ed esteso a tutti e i bambini sono stati invitati a proporre le loro soluzioni che sono state varie e diverse :

- giochi per maschi / giochi per femmine
- giochi da usare in aula / giochi da corridoio
- giochi da usare da soli / giochi da fare in gruppo
- giocattoli resistenti / giocattoli delicati
- giocattoli piccoli / giocattoli grandi …[3]

Tutte le proposte venivano ascoltate, purché argomentate.

Alla fine è stata fatta una scelta valida per tutti, accettata non senza fatica perché, come è noto, in questa fascia di età, la componente razionale è ancora fortemente intrecciata con quella psicologica.

Questo percorso, anche se molto semplice, ha offerto l'opportunità di affrontare numerosissime attività di tipo logico.
E' importante precisare che non si è puntato tanto all'insegnamento di nozioni specifiche relative al settore, ma piuttosto ci si è avvalsi delle varie conversazioni, riflessioni, osservazioni dei bambini per favorire

- una prima strutturazione dell'esperienza
- la maturazione di capacità di analisi e attenzione
- una crescente precisione e completezza di linguaggio
- una maggiore consapevolezza delle scelte.

Naturalmente questo percorso, che è durato circa due mesi, si è via via allargato ad altri campi di esperienza, ha toccato varie discipline, è passato attraverso la verbalizzazione, la rappresentazione iconica, per concludersi infine nelle prime forme di formalizzazione.

Attività affrontate

Sequenze (ritmi, seriazioni, ordinamenti)
Insiemi (classificazioni, attributi, diagrammi)
Relazioni (frecce, coppie, tabelle a doppia entrata …)

VERIFICA DEGLI OSA

Accertamento delle conoscenze e delle abilità attraverso

- osservazione diretta
- schede di verifica

[3] Gli ultimi due punti utilizzano termini che fanno riferimento ad aspetti soggettivi. Sarà opportuno, in questi come in altri casi, tentare una definizione (intesa come un "mettersi d'accordo") di questi termini.

<u>COMPITO UNITARIO IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE</u>

Organizzazione autonoma del materiale scolastico da tenere sotto il banco tenendo conto:

- dello spazio disponibile
- della necessità di tenere alcuni materiali per il lavoro scolastico (regoli, pennarelli, colla, fogli, forbici …)
- del desiderio di averne a disposizione altri per i momenti liberi (carte, figurine, peluche, bamboline…)
- esplicitazione dei criteri che hanno guidato l'organizzazione.

1.1.1. Galleggia o affonda?

Esperienza realizzata in una classe prima in relazione alla UA Operazione riordino

Insegnante Borrini Lucia

Materiale a disposizione :

Formattato: Tipo di carattere:12 pt

- Oggetti SFERICI
- Oggetti CONCAVI

di diversa grandezza (formato grande – medio – piccolo)
di diverso colore (blu- bianco- marrone- opaco- trasparente…)
di diverso materiale (polistirolo – vetro – legno - pongo)

La maestra, come ha fatto tante volte in precedenza, chiede ai bambini di formare degli insiemi.

Gli alunni ormai sono esperti e ne propongono tanti in base a

- forma
- colore
- materiale
- trasparenza
- grandezza
- fragilità…

L'insegnante, dopo essersi complimentata con i bambini, dice loro che vuole metterli alla prova con una richiesta un po' più difficile e sicuramente per loro insolita.

- Vengono costituiti tre gruppi di lavoro: A B C
- Viene preparata una vasca trasparente piena d'acqua
- Vengono presi in considerazione i gruppi di oggetti indicati nelle successive tabelle e vengono poste ad ogni gruppo le seguenti domande:

• QUALI FRA GLI OGGETTI DI QUESTO GRUPPO , SE MESSI NELL'ACQUA, GALLEGGIANO?
• QUALI AFFONDANO ?
• SPIEGATE IL PERCHE' DELLA VOSTRA RISPOSTA

I gruppi esprimono di volta in volta il loro parere, poi, insieme, si fanno le prove necessarie per VERIFICARE le varie IPOTESI.

MATERIALE VARIO (sfere di formato piccolo) TABELLA A

MATERIALE	COSA SUCCEDE?
Polistirolo	
Vetro	
Legno	
Pongo	

I tre gruppi danno la stessa risposta :
-secondo noi galleggia solo il polistirolo perché è leggero
-gli altri oggetti affondano perché sono pesanti
(i bambini, prima di dare la risposta, hanno avuto la possibilità di manipolare gli oggetti e di soppesarli)

SFERE DI POLISTIROLO TABELLA B

GRANDEZZA	COSA SUCCEDE ?
Piccola	
Media	
Grande	

Gruppo A

-galleggiano solo le due palline piccole, quella grande affonda perché è più pesante

Gruppi C e D
- Secondo noi galleggiano tutte perché il polistirolo è un materiale "galleggiante "

SFERE DI VETRO TABELLA C

GRANDEZZA	COSA SUCCEDE ?
Piccola	
Media	
Grande	

Tutti i gruppi sono concordi nel dire che affondano tutte le sfere perché sono fatte di materiale pesante
SFERE DI LEGNO TABELLA D

GRANDEZZA	COSA SUCCEDE ?
Piccola	
Media	
Grande	

Gruppi A e B
- le sfere di legno galleggiano tutte perché l'acqua le spinge in su

La risposta è motivata da esperienze precedenti

- io ho giocato nel lavandino pieno d'acqua con un pezzo di legno e, anche se lo spingevo sotto, tornava sempre a galla!
- Io ho visto in mare un pezzo di legno molto grosso che galleggiava…dunque il legno galleggia sempre

SFERE DI PONGO TABELLA E

GRANDEZZA	COSA SUCCEDE ?
Piccola	
Media	
Grande	

Nessun dubbio, tutti i gruppi sono sicuri che il pongo affonderà perché è un materiale pesante.

Eliminato:

OGGETTI DI POLISTIROLO (più o meno della stessa grandezza) TABELLA F

FORMA	COSA SUCCEDE ?
Sferica	
Concava	

OGGETTI DI LEGNO (più o meno della stessa grandezza) TABELLA G

FORMA	COSA SUCCEDE ?
Sferica	
Concava	

I tre gruppi sono sicuri che sia il polistirolo sia il legno galleggeranno, qualsiasi forma abbiano perché sono “materiali galleggianti”

OGGETTI DI VETRO (più o meno della stessa grandezza) TABELLA H

FORMA	COSA SUCCEDE ?
Sferica	
Concava	

OGGETTI DI PONGO (stessa grandezza) TABELLA I

FORMA	COSA SUCCEDE ?
sferica	
Concava	

Tutti i bambini sostengono che sia il vetro, sia il pongo affonderanno subito.

La constatazione del galleggiamento del pongo e del vetro di forma concava viene accolta con incredulità e con uno spontaneo applauso, quasi si trattasse di una magia o di un gioco di prestigio fatto dall’insegnante.

Dopo un attimo affiorano le domande, tutte con riferimento al peso degli oggetti:
-Come mai la coppetta di vetro che è molto pesante non affonda?
- E’ impossibile che la vaschetta di pongo galleggi, ha lo stesso peso della sfera …
(l’insegnante aveva dato la forma concava ad una sfera di pongo uguale ad un’altra, sotto i loro occhi).
-perché la sfera –pongo affonda e la vaschetta –pongo galleggia?

Qualche bambino tenta di dare ai compagni una spiegazione:
-Per forza galleggiano, hanno la forma della barca !

Lo “scienziato” della classe spiega ai compagni che le vaschette stanno a galla perché il peso “ si sparge “, non è concentrato come nelle sfere, quindi l’acqua riesce a tenerle su .

Le due risposte sembrano soddisfare i bambini .
Ora l’attenzione viene catturata da un bambino che prova a versare dell’acqua nella coppetta di vetro galleggiante , facendola affondare; l’esperienza viene ripetuta con la vaschetta di pongo, ovviamente con gli stessi risultati.

L’esperienza termina con la raccolta delle impressioni dei bambini che così si esprimono:

- è stata un’esperienza bella e interessante
- io ho imparato cose nuove …
- a casa voglio provare con altri materiali!

A questo punto si rientra in aula e insieme si compilano le tabelle
I bambini dimostrano di avere le idee chiare .

Poi viene scritta la CONCLUSIONE

Alla fine della nostra esperienza possiamo dire che :

- Il polistirolo e il legno galleggiano sempre;
- Il vetro e il pongo

➢ se hanno forma sferica affondano
➢ se hanno forma concava galleggiano (se non vengono riempiti d’acqua!)

DUNQUE

LA CAPACITA’ DI STARE A GALLA

-------------> DAL MATERIALE

DIPENDE

-------------> DALLA FORMA

------------- > NE’ DAL PESO

NON DIPENDE

--------------> NE’ DALLA GRANDEZZA

Osservazioni personali

L’esperienza è stata sicuramente positiva:

➢ il coinvolgimento della classe è avvenuto in modo spontaneo: tutti hanno dimostrato interesse e hanno partecipato attivamente, traendo sicurezza dalle conoscenze precedenti (costruzione di insiemi) e trovando stimolo nella nuova proposta;
➢ i bambini non solo hanno acquisito nuove conoscenze, ma si sono avvicinati al modo corretto di fare ricerca;
➢ l’esperienza ha sollecitato ulteriori approfondimenti …

1.2. UA: I numeri, amici per la pelle! (I Scuola Primaria)

TITOLO : I numeri , amici per la pelle ! N°…….

SCUOLA : Scuola Primaria " G . Marconi " di Casalmaggiore
DATA DI INIZIO : dall'inizio dell'anno scolastico in modo informale, da metà novembre in modo sistematico

Eliminato:

ANNO SCOLASTICO 2004/05 **DESTINATARI** : gli alunni delle classi prime

DOCENTI COINVOLTI: l'insegnante responsabile di matematica, ma nel percorso vengono coinvolte altre discipline che vengono affrontate dall'insegnante stessa .

FASE DI AVVIO : i bambini sembrano possedere una innata propensione a valutare la realtà in termini di quantità, di conta, di corrispondenza biunivoca…
Una forte motivazione, in questa fascia di età, è legata al bisogno di conoscere numeri sempre più alti.

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI

PECUP

- Contare,… , leggere dati rappresentati in vario modo, misurare una grandezza.
- Leggere la realtà e risolvere problemi, non soltanto impiegando forme verbali o iconiche, ma anche forme simboliche caratteristiche della matematica (numeri, figure, misure, grafici,…)
- Organizzare una raccolta dati, ordinarla attraverso criteri, rappresentarla graficamente … Interpretarla.

APPRENDIMENTO UNITARIO DA PROMUOVERE
L'alunno usa il numero nel suo duplice aspetto cardinale e ordinale

- Per leggere la realtà
- Per descrivere la realtà
- Per gestire situazioni legate al vissuto quotidiano

OBIETTIVI FORMATIVI

- La Scuola Primaria accompagna i fanciulli a passare dal mondo e dalla vita ordinati, interpretati ed agiti solo alla luce delle categorie presenti nel loro patrimonio culturale valoriale e comportamentale al mondo e alla vita ordinati ed interpretati anche alla luce delle categorie… presenti nelle discipline di studio e negli ordinamenti formali del sapere, accettati a livello di comunità scientifica .
- … La Scuola favorisce l'acquisizione dell'approccio scientifico e tecnico, mantenendo costante l'attenzione alla parzialità di ogni prospettiva di ordinamento formale dell'esperienza e al bisogno continuo di unità della cultura pur nella distinzione delle prospettive in cui si esprime.

OSA

Matematica

Conoscenze : - il numero
- i numeri naturali nei loro aspetti cardinali ed ordinali
- concetto di maggiore, minore, uguale, individuanti relazioni nell'insieme dei numeri naturali

Abilità : - usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti
- contare sia in senso progressivo che regressivo
- leggere e scrivere numeri naturali sia in cifre, sia in parole.

Musica

Conoscenze : Filastrocche, non sense, proverbi, favole, racconti.

Italiano

Abilità : Memorizzare brevi testi di uso quotidiano e semplici poesie tratte dalla letteratura per l'infanzia

Attività motorie e sportive

Abilità : Partecipare al gioco collettivo, rispettando indicazioni e regole

Storia

Conoscenze : Successione delle situazioni
Abilità : Collocare nel tempo fatti e riconoscere rapporti di successione esistenti fra loro

FASE ATTIVA

Data la complessità del concetto di numero naturale, ho ritenuto importante favorire forme di approccio varie e diversificate.
Non mi sono quindi limitata ad utilizzare, come in passato, esclusivamente operazioni logico- insiemistiche per l'introduzione degli interi naturali, anche se non ho escluso alcuni aspetti dell'insiemistica che ho ritenuto avessero una rilevanza formativa.
Costante di ogni forma di approccio è stata la valorizzazione delle esperienze vissute dai bambini nei contesti di gioco e di vita familiare e sociale .
Il primo passo è stato quello di prendere atto delle conoscenze del numero in termini di quantità e qualità, già presenti negli alunni.
I riferimenti, numerosissimi, hanno messo in evidenza una situazione sicuramente cambiata ed evoluta rispetto al passato.
E' stato comunque necessario consolidare la conoscenza orale della sequenza numerica progressiva (entro il 20) che non tutti i bambini conoscevano con sicurezza
Per recuperare le incertezze di qualcuno che saltava qualche numero, ho sollecitato i bambini, fin dai primi giorni, a contare tutti insieme a voce alta in numerose occasioni.
L'attività era spesso proposta sotto forma di gioco o anche attraverso la recitazione collettiva di filastrocche, non sense, canzoncine…

Dal contare per contare, si è passati al contare oggetti, collegando la sequenza numerica verbale con l'attività manipolativa e percettiva, cioè mettendo in corrispondenza passi successivi della sequenza numerica verbale con oggetti vari (i quadernoni, i fogli delle fotocopie, i piatti sui tavoli della mensa, in palestra i concorrenti delle squadre…)

Questo passaggio è stato indispensabile perché, in qualche caso, la voce procedeva “più velocemente“ della mano.
Questa attività ha rafforzato il concetto di quantità che, a dire il vero, i bambini possedevano già all’ingresso nella scuola primaria.
Tutti sapevano che, quando contavano, l’ultima parola pronunciata indicava quanti oggetti, persone, animali…erano stati presi in considerazione.
Il concetto di quantità, a questo punto, è stato collegato anche all’attività di classificazione che i bambini portavano avanti da tempo e rappresentavano attraverso insiemi.
Mettendo in relazione due o più insiemi equipotenti per mezzo di corrispondenze biunivoche, alla domanda :
-Cos ’ hanno in comune ? – essi hanno scoperto senza particolari difficoltà che gli elementi del primo insieme erano tanti quanti gli elementi degli altri insiemi, dunque avevano in comune la “numerosità”.
Su queste basi il passaggio dal “ nome “ di ogni quantità al relativo simbolo non è stato difficile, anzi, in seguito alla curiosità di alcuni bambini, è stato seguito dalla “ storia del numero “ dalla preistoria ai giorni nostri (naturalmente a livelli molto semplici)
Ho ritenuto molto importante favorire nei bambini un’immagine mentale dei numeri entro il 10 anche utilizzando le dita, strumento sempre “ a portata di mano “, in grado di offrire molti vantaggi di ordine pratico.
L’allenamento è stato portato avanti attraverso vari giochi e attività che avevano l’obiettivo di fissare nella mente il numero collegato all’immagine delle dita “aperte “ senza bisogno di contarle ogni volta, una per una.

L’aspetto ordinale del numero è stato affrontato sempre partendo dall’esperienza quotidiana dei bambini a scuola e fuori dalla scuola: la posizione nella fila, nella squadra, in ospedale, davanti ad un ambulatorio medico…
La fase dell’esercizio di rinforzo è stata realizzata, oltre che oralmente anche su comandi scritti da applicare su quantità equipotenti:

- colora sei palline
- colora la pallina N° 6
- colora la sesta pallina…

Nessun bambino ha avuto difficoltà a capire che nel primo caso ci si riferiva alla quantità, in quelli successivi alla posizione.

Dalla conversazione in classe è emerso anche un altro aspetto del numero:
quotidianamente i bambini fanno esperienza di numeri che non sono “veri numeri “ ma semplici “nomi “ (numero del telefono, del canale TV , della targa delle auto, delle scarpe delle magliette dei calciatori .. .) che non hanno rimandi né di numerosità, né di ordine , ma che hanno la stessa importanza.

VERIFICA DEGLI OSA

- Osservazione diretta durante le conversazioni su tema, interventi spontanei degli alunni
- Prove oggettive scritte e orali

COMPITO UNITARIO IN SITUAZIONE

L’alunno è in grado di

- condurre una semplice inchiesta presso i compagni, di raccogliere i dati e di rappresentarli graficamente attraverso un diagramma a mattoni;
- di interpretare un semplice grafico verbalizzandone correttamente i risultati.

1.3. UA: Il mondo dei numeri. (II Scuola Primaria)

UNITA' DI APPRENDIMENTO

TITOLO: "Il mondo dei numeri" o N° 1

Scuola: primaria "G. Marconi" Casalmaggiore Data di inizio: settembre '0

Anno scolastico: 2004 / 2005 Destinatari: 2ª A / B

Docenti coinvolti: Cisi Montangelo e Monaco Palmina

FASE DI AVVIO - il problema / progetto / bisogno deriva da: I bambini nel corso di

- (esperienza dell'alunno) un'uscita sul territorio, spontaneamente hanno notato la presenza di numeri ovunque (n° civici, targhe auto, volantini

- è indotto da pubblicitari, ...). Da qui la scoperta che i n° non si trovano solo sul quaderno di matematica, ma sono necessari e vengono usati nella vita quotidiana. Così nei b/i è nato il bisogno di conoscerli meglio (acquisire il concetto di numero, il valore posizionale delle cifre).

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP – POF)

Sviluppare atteggiamenti di curiosità, attenzione e rispetto della realtà umana, di riflessione sulle proprie esperienze.

APPRENDIMENTO UNITARIO da promuovere

Conoscere i numeri e saper operare con essi per dare ai b/i la possibilità di attribuire significato e valore a ciò che si fa in classe, per costruire così un collegamento tra realtà "fuori" e realtà "dentro" la scuola.

OBIETTIVI FORMATIVI da formulare

Organizzare numeri, dati, figure, grandezze che si cominciano a conoscere.

Riconoscere l'importanza del contesto in cui si considerano tali elementi.

O.S.A.

Riconoscere nella scrittura in base 10 dei numeri, il valore posizionale delle cifre.

Raccontare con parole appropriate le esperienze fatte in diversi contesti, le riflessioni e le conclusioni.

FASE ATTIVA (metodi, tempi e soluzioni organizzative)

Conversazioni in classe seguite da un'indagine conoscitiva, e un approfondimento sulle conoscenze possedute dai b/i. Essi hanno ulteriormente esplorato, con entusiasmo il mondo dei numeri attraverso il giocare la spesa: il gioco della compravendita; telefonare ad un amico; acquistare un paio di scarpe. Lettura di una storia. Attività di ritaglio di cataloghi pubblicitari, legate ai numeri. Attività di gruppo ed individuali.

VERIFICA degli OSA

Orali e simultanee in itinere.

Alla fine, semplici verifiche individuali scritte oggettive.

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE

Gli alunni hanno ~~compreso~~ sempre più l'importanza e il significato dei numeri attraverso giochi e schede operative.

Nota. La UA fa riferimento agli aspetti numerici non legati a strutture, cioè all'uso di numeri naturali senza che vengano utilizzate operazioni o relazioni (soprattutto d'ordine, salvo il caso dei numeri civici in cui però non sono coinvolti tutti i numeri). È opportuno far notate queste differenza, viste soprattutto in relazione ad altri usi che vengono fatti dei numeri in contesti che richiedono una struttura.

1.4. UA: Animali vicino a noi. (II Scuola Primaria)

UNITA' DI APPRENDIMENTO **ANIMALI VICINO A NOI**

Scuola primaria di **Vicomoscano**

Anno scol. 2004/05 **12 Ottobre**

CLASSE **SECONDA**

Docenti coinvolti: Finardi Brunella, Romano Franca, La Marca Daniela

FASE DI AVVIO

Da esperienze personali. Un bambino racconta di aver visto un riccio e dice che sua nonna l'ha ucciso. Altri bambini raccontano di aver visto lo stesso animale, alcuni sono meravigliati dell'atteggiamento della nonna, altri sono indifferenti, la conversazione continua …….
Il giorno successivo una bambina porta a scuola un riccio vivo trovato nel suo cortile………..

CONNESSIONE COI DOCUMENTI

- Rispettare l'ambiente, conservarlo, ricordando che è a disposizione di tutti .
- Sviluppare atteggiamenti di curiosità, attenzione e rispetto della realtà naturale, di riflessione sulle proprie esperienze, di interesse per l'indagine scientifica.
- Utilizzare gli strumenti informatici per ottenere documentazioni, elaborare grafici e tabelle, riprodurre immagini ed utilizzarle, scrivere per documentare .

APPRENDIMENTO UNITARIO

I bambini devono cominciare a percepire che l'ambiente in cui vivono è costituito da esseri viventi (animali e piante) tra i quali intercorrono relazioni per la sopravvivenza.

OBIETTIVI FORMATIVI

- Rispettare gli esseri viventi e capire la loro funzione nell'ambiente.
- Cominciare a capire l'importanza vitale dell'habitat per gli animali.

O.S.A.

- Conoscere gli animali che vivono nell'ambiente vicino a noi (si ricerca su animali visti dai bambini dei quali parlano durante le conversazioni: riccio, rana, pettirosso, lucertola, passero, gallina);
- i comportamenti di difesa/offesa negli animali, anche in rapporto ai cambiamenti stagionali;
- esprimere i propri vissuti con chiarezza ed ordine ;
- cercare informazioni sui testi;
- la frase semplice, l'uso del punto e della lettera maiuscola;

Scienze

Italiano

Informatica
Matematica

- semplici testi scritti: descrittivi, narrativi, brevi sintesi guidate delle letture fatte
- invenzione di storie;
- classificazioni con uso di tabelle degli animali studiati e di altri conosciuti attraverso
- letture (migrano, vanno in letargo, arruffano le piume, infoltiscono il pelo);
- glossario
- trascrizione anche al computer dei testi .

- Raccontare le esperienze usando gli indicatori temporali

Storia

- Risoluzione di situazioni problematiche senza l'uso dei numeri ma con ragionamenti logici;
- Utilizzo di istogrammi per rappresentare la realtà e di tabelle per classificare
- La differenza (concetto che è stato introdotto da questa ricerca)
- Ampliamento del campo numerico fino al 36

Mate-matica

- Disegnare gli animali osservati utilizzando le tecniche pittoriche opportune
- Utilizzo del linguaggio gestuale e motorio per comunicare individualmente e collettivamente, stati d'animo, idee, situazioni.

Ed . all'immagine e Motoria

- Dalle bellezze della natura all'intuizione di Dio creatore

Religione

FASE ATTIVA

Osservazioni, descrizioni degli animali che è possibile vedere nell'ambiente vicino o in un parco
Con gli alunni, si individua ciò che si vuole sapere, ad esempio di ogni animale ci si accorda di conoscere:

- com' è fatto
- dove vive
- che cosa mangia
- come si difende.

Si formano piccoli gruppi eterogenei, ognuno sceglie un argomento da ricercare (la ricerca può avvenire su testi oppure si possono utilizzare le interviste o le informazioni avute durante le visite di studio ecc…) .
Con l'aiuto dell'insegnante si sceglie ciò che interessa[4] poi si decide se riassumere le informazioni o ricopiarle oppure utilizzare delle immagini da spiegare con semplici didascalie ecc…
Si ricopiano i testi al computer o a mano, infine ogni gruppo relaziona e consegna il proprio materiale agli altri.
Alla fine i bambini di ogni gruppo hanno il lavoro completo che diventa materiale di lettura e di studio da parte di tutti.
I gruppi per la ricerca sono sempre formati da tre bambini, altre attività sono sia individuali che di gruppo (gruppi eterogenei o di livello).
Utilizzo di abbachi, regoli, attività manipolatorie e pratiche.
Visita al parco golena Po.

[4] E' opportuno far osservare che su uno stesso insieme (in questo caso di animali) possono essere introdotte diverse relazioni di equivalenza che evidenziano diversi modi di "vedere" a livello macro l'insieme.

VERIFICHE

Si fanno verifiche orali simultanee, in itinere e a lavoro ultimato (ricostruire le fasi di un' esperienza, raccontare con l'aiuto di domande ciò che è stato appreso, trovare semplici correlazioni, le cause e gli effetti. Si preparano alcune schede semplici per verificare gli aspetti più importanti del lavoro attuato.

VALUTAZIONE DELLE COMPETENZE

Osservazione del comportamento dei bambini, delle loro emozioni in ogni situazione.
Verificare se nella comunicazione delle loro esperienze successive fanno tesoro di ciò che hanno appreso e se cominciano a maturare una sensibilità diversa nei confronti degli animali. .

1.5. UA: Raggruppamenti in base 10 (II Scuola Primaria)

UNITA' DI APPRENDIMENTO **RAGGRUPPAMENTI IN BASE 10**

Scuola primaria di Vicomoscano

Anno scolastico 2004/05 18 Ottobre

CLASSE SECONDA

Docenti coinvolti. Finardi Brunella

FASE DI AVVIO :
L'insegnante avvia un'attività relativa al raggruppamento a base 10

CONNESSIONE COL PECUP
Eseguire operazioni aritmetiche con strumenti di calcolo.

APPRENDIMENTO UNITARIO
Capire che l'uomo per quantificare e calcolare con più facilità utilizza sistemi convenzionali

OBIETTIVO FORMATIVO
Favorire la graduale comprensione dei numeri (entro il 30 e) la padronanza della numerazione in base 10.
Favorire il calcolo orale e scritto

O.S.A.
Rappresentazione dei numeri naturali, finora presentati, in base 10
Riconoscere nella scrittura in base 10, il valore posizionale delle cifre
Registrazioni grafiche dei raggruppamenti
Incolonnamento
Ad alcuni alunni si propone, come attività di sviluppo, il raggruppamento a basi diverse.

matematica

FASE ATTIVA
Manipolazione, uso di vari materiali, uso dei blocchi multibase, dei REGOLI, uso dell'abbaco, giochi collettivi, attività collettive ed individuali scritte.

TEMPO **-** 10 ORE circa

VERIFICA
Oralmente e per iscritto si verifica se il bambino sa far corrispondere ai raggruppamenti le relative cifre e viceversa, se sa ordinare i numeri, se sa leggere il valore posizionale e scrivere i numeri, se sa incolonnare.

VERIFICA DELLE COMPETENZE

Verificare in altre situazioni problematiche se il bambino è in grado di fare registrazioni di quantità utilizzando il raggruppamento in base 10.
Vedere se nel calcolo mentale sa avvalersi dei raggruppamenti per arrivare rapidamente al risultato.
Anche la padronanza delle tecniche operative sarà condizionata dall'acquisizione di queste capacità.

1.6. UA: Le relazioni (II Scuola Primaria)

TITOLO : Le relazioni **o N°…………………**
Scuola primaria di Vicomoscano… Data di inizio Novembre
Anno scolastico : 2004/05………..Destinatari: alunni classe seconda:…….
Docenti coinvolti…Finardi Brunella

<u>FASE DI AVVIO</u> **- il problema / progetto / bisogno deriva da:**

- esperienza dell'alunno…i bambini hanno visto degli animali di cui hanno parlato in classe, l'argomento viene sviscerato e diventa anche contenuto di ricerca, si chiede dove sono stati visti e da chi ……………………………………………………………………………………..
- è indotto da……………………………………………………………………………….

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP – POF)
Osservare la realtà per riconoscervi relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nel tempo e nello spazio…

APPRENDIMENTO UNITARIO da promuovere
Capire che le relazioni sono parte integrante della vita di tutti gli esseri viventi.

OBIETTIVI FORMATIVI ***da formulare***

Saper precisare, analizzare e riconoscere le relazioni che la realtà presenta in vari campi del sapere.

O.S.A.
In contesti vari,

- individuare, descrivere e costruire relazioni significative
- riconoscere analogie e differenze…………………

FASE ATTIVA (metodi, tempi e soluzioni organizzative)
Individuazione orale, ed analisi delle relazioni ,
trascrizioni e descrizioni delle relazioni usando tabelle o frecce
In un primo momento le relazioni riguardano i bambini e gli animali perché questo argomento è stato quello che ha dato inizio al lavoro; successivamente le relazioni si estendono ad altre problematiche e poi anche agli insiemi numerici con l'utilizzo di predicati quali: è maggiore di…, è minore di…, è uguale a…, ha lo stesso numero di decine di…, è il doppio di…, ecc…
Viceversa, dall'osservazione di diagrammi a frecce si decodifica la rappresentazione grafica o la tabella per capirne il significato
Attività varie ed esercitazioni individuali o in gruppo[5].

VERIFICA degli OSA………………………………………………………………………………
Verifiche orali e simultanee in itinere, verifiche scritte oggettive ed individuali.

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE……………
In presenza di una situazione problematica da risolvere, vedere come i bambini riescono a trovare un modo adatto per rappresentarla o decodificarla.

[5] Come si è spesso sottolineato, il concetto di relazione non può prescindere dall'insieme a cui si riferisce. Anche in questi casi è opportuno osservare come modificando l'insieme possono aversi relazioni definite dallo steso predicato, ma con proprietà diverse.

1.7. UA: Concetti di addizione e sottrazione (II Scuola Primaria)

TITOLO…   CONCETTI DI ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

Scuola PRIMARIA DI VICOMOSCANO………………Data di inizio: Novembre

Anno scolastico 2004/05……………..Destinatari :…classe seconda…
Docenti coinvolti……Finardi Brunella……….

FASE DI AVVIO - il problema / progetto / bisogno deriva da:
- esperienza dell'alunno…………………………………………………………………………
- è indotto da….l'insegnante attraverso giochi e manipolazioni, cerca di portare i bambini al gusto di esplorare i numeri e le loro caratteristiche

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP – POF)
Eseguire semplici operazioni aritmetiche mentalmente, per iscritto e con strumenti di calcolo

APPRENDIMENTO UNITARIO da promuovere
Saper esplorare, "immaginare" i numeri per trovare i procedimenti più convenienti.

OBIETTIVI FORMATIVI ***da formulare***
- Intensificare la comprensione dei concetti di addizione e sottrazione tramite il confronto tra le due operazioni.
- Capire che una operazione è l'inversa dell'altra [6]
- Capire ed applicare le proprietà commutativa ed associativa dell'addizione.
- Scoprire i procedimenti più convenienti per calcolare somme e sottrazioni.

O.S.A.
Addizione e sottrazione in N
Proprietà commutativa ed associativa dell'addizione
Addizione e sottrazione come operazioni inverse[7]
Il significato della parentesi per tradurre un percorso mentale fatto per risolvere semplici quesiti
Sviluppo del calcolo mentale
Esplorare, rappresentare e risolvere situazioni problematiche utilizzando l'addizione e la sottrazione

FASE ATTIVA (metodi, tempi e soluzioni organizzative)
Le operazioni di addizione e sottrazione vengono riprese ogni volta che si amplia il campo numerico, rifornendone una nuova definizione che permetta di configurare la nuova operazione come una estensione della precedente..
Tramite situazioni concrete ed opportuni calcoli si fa osservare che:
- cambiando di posto agli addendi la somma non cambia
- associando o dissociando gli addendi di una addizione in modo diverso, la somma non cambia

La capacità di scomposizione, associazione, commutazione viene utilizzata per velocizzare il calcolo e trovare strategie pratiche ed economiche.
Si utilizzano tra l'altro le tabelle dell'addizione e della sottrazione entro i primi 10 e 20 numeri.

---

[6] È sempre opportuno osservare che più che di operazione inversa si dovrebbe parlare di operatore inverso, in quanto è come se venisse "fissato" uno dei due addendi.
[7] Vedi nota precedente.

Si riflette sulle tabelle per evidenziare alcune proprietà e fare alcune osservazioni quali: confrontare le coppie di numeri che danno risultati uguali, vedere che nell'addizione l'ordine degli addendi non conta mentre nella sottrazione non è così, mostrare come l'addizione fra due numeri naturali sia sempre possibile mentre per la sottrazione non è sempre possibile, osservare che nell'addizione i numeri sulla tabella in diagonale sono uguali, ecc…
Si cerca il numero complementare, rispetto ad un numero dato, a….(si prova utilizzando la sottrazione facendo leva sul fatto che la somma è ottenuta addizionando due addendi[8] che togliendone uno rimane il secondo addendo o anche utilizzando il " metodo del commerciante": partendo dal numero … conto quanto manca per arrivare al numero….)
Inoltre giochi collettivi, esercitazioni individuali o in gruppo, calcolo orale e scritto.

VERIFICA degli O.S.A.
Verifiche orali simultanee e progressive, verifiche scritte di tipo oggettivo, giochi non competitivi per verificare la sveltezza del calcolo orale.

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER valutare le competenze

In seguito si porrà attenzione nel vedere se i bambini sapranno applicare a nuove e diverse esperienze i procedimenti più adatti ad ogni situazione.

[8] La somma, come risultato dell'operazione, è visto come un numero unico, ottenuto però dalla coppia di due numeri. Il processo mentale a cui si fa riferimento è legato al fatto che se "mentalmente" si pensa di eliminarne uno, rimane l'altro.

1.8. UA: Orientamento spaziale (II Scola primaria)

TITOLO…GEOMETRIA - ORIENTAMENTO SPAZIALE

Scuola…primaria di Vicomoscano…………classe 2^

Anno scolastico…2004/05…………….. Destinatari **alunni classe seconda**

Docenti Finardi Brunella

<u>FASE DI AVVIO</u> - il problema / progetto / bisogno deriva da:

- esperienza dell'alunno………………………………………………………
- è indotto dalla necessità di conoscere la strada per andare in gita al Parco dei 100 Laghi .

I bambini staccano dalla parete la cartina geografica dell'Italia e cercano di trovare la località in cui andremo.

Dopo qualche riflessione qualcuno arriva a capire che bisogna trovare il punto di partenza, e cioè Vicomoscano e poi il punto di arrivo per costruire il percorso.

Il nostro paese naturalmente non è menzionato, da qui cominciano a capire che il territorio rappresentato è stato rimpicciolito altrimenti "non ci sta dentro alla carta".

Seguono altre osservazioni ed asserzioni curiose che potranno essere spiegate soprattutto attraverso dei plastici o semplicemente con ricostruzioni di un territorio fatte con la sabbia in cortile; ad esempio qualcuno sostiene che il fiume Taro non può entrare in Po perché dovrebbe fare una salita.

- **CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI**

(PECUP – POF)

Leggere la realtà impiegando anche forme simboliche caratteristiche della matematica (numeri, grafici, misure arbitrarie)

APPRENDIMENTO UNITARIO da promuovere

- Sapersi orientare nello spazio reale, avviarsi alla codificazione e decodificazione delle carte geografiche.

OBIETTIVI GENERALI

- Riconoscere e descrivere alcune delle principali relazioni spaziali (davanti/dietro, dentro/fuori, a destra/ a sinistra).
- Scoprire alcune caratteristiche delle figure (assi di simmetria, spostamenti di figure)
- Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno e viceversa.
- Capire come e cosa guardare per cogliere gli aspetti essenziali di un percorso
- Saper costruire una semplice mappa.
- Percepire lo spazio in relazione al movimento, cioè arrivare alla costruzione di una mappa mentale che il bambino si crea visualizzando il movimento del proprio corpo nello spazio

- Intuire alcune relazioni e concetti geometrici legati al contesto: incrocio/intersezione, allineamento, angolo/angolazioni differenti, spigolo, rotazione a dx/sn, direzione …
- Cogliere la necessità di rappresentare il percorso, con case, alberi…, in una visione dall'alto, rispettando una certa proporzionalità (la riduzione in scala del percorso non costituisce un obiettivo prioritario per questo ciclo!) sia tra le tappe in cui è stato suddiviso il percorso, sia tra gli oggetti in esso contenuti.
- Sentire il bisogno di misurare in qualche modo (passi, uso di cordini riportati più volte, controllo di tempi necessari per arrivare da.. a…)
- Ricostruire in sintesi tutto il percorso, sia verbalmente, utilizzando il lessico specifico di questo contesto, che graficamente, utilizzando simboli condivisi per una prima mappa.
- Osservazione di semplici cartine topografiche della zona e avviare le prime riflessioni sul linguaggio cartografico (es.: alcuni dei punti di riferimento –il semaforo, il giardino di…)-
- Capire l'uso dei colori delle carte geografiche.

O.S.A.

- Pensiero razionale: raccontare con parole appropriate le esperienze relative a percorsi, figure e relazioni utilizzando gli organizzatori spaziali
- Le principali figure geometriche piane
- Simmetrie di una figura
- Introduzione del concetto di angolo e di direzione a partire da contesti concreti
- Localizzazione degli oggetti nello spazio e problema del sistema di riferimento
- Avvio alla rappresentazione topografica
- Uso di coppia di coordinate (ascissa ed ordinata)

F**ASE ATTIVA** (metodi, tempi e soluzioni organizzative) **Descrizione dell'attività**

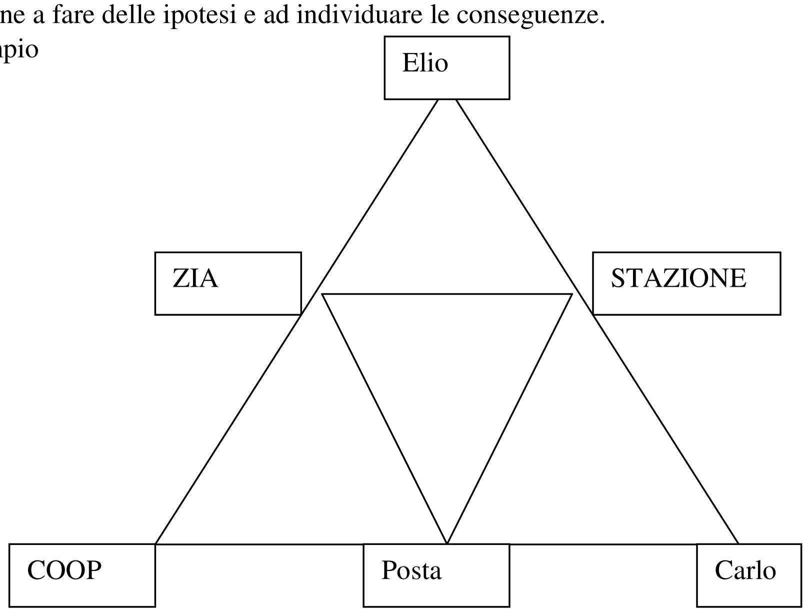
Si ripropongono percorsi in cortile o nell'atrio della scuola e in palestra per ripassare i concetti sopra, sotto, dietro, davanti, interno, esterno,destra, sinistra, seguono disegni quali ad esempio: disegna un bambino dietro ad un albero, a destra di un albero, davanti ad una casa ecc… in tal modo si aggiunge anche una esercitazione relativa al disegnare in modo corretto per far capire le varie posizioni.

- I percorsi sono uguali per tutti, gli alunni provano ad eseguirli e a costruirne alcuni in cortile utilizzando la sabbia e materiale occasionale, poi li disegnano.
- Fin dalla prima esplorazione deve essere chiaro ai bambini l'obiettivo della "passeggiata", affinché la loro attenzione sia diretta a cogliere quei particolari che li aiuteranno a ricostruire in classe una mappa mentale del percorso effettuato.
- La prima ricostruzione è una verbalizzazione orale.
- Il disegno, conseguente alla verbalizzazione, presenta la difficoltà di rappresentare sul piano bidimensionale del foglio ciò che i bambini hanno visto nello spazio tridimensionale.
    - L'insegnante non interviene sui disegni per correggerli, perché un modello calato dall'alto, senza un'adeguata maturità di pensiero alle spalle, rischia di costituire un ostacolo alla maturazione del bambino. Si lascia a ciascuno il tempo per costruire da sé, attraverso le varie attività del contesto, quell'articolazione del pensiero che consente di rappresentare la realtà con la sicurezza che deriva dalla comprensione delle relazioni spaziali.
    - Anche fra i disegni, che vengono esposti su una parete, si fa un confronto per riflettere sulla corrispondenza alla realtà, sulle parti mancanti, sulla maggiore o minore possibilità di riconoscimento (la strada in curva; la necessità di utilizzare punti di riferimento, riflessioni sulla opportunità di scegliere punti fissi, il modo di rappresentare le case, il ponte…), per arrivare infine ad avvertire la necessità di lavorare su una parte di percorso per volta per poter osservare e rappresentare con maggior precisione.

- I bambini si sono resi conto che nel disegnare una mappa non possono rappresentare i luoghi in grandezza naturale, pertanto si rendono conto di dover ridurre la realtà (senza utilizzare scale in quanto non hanno, in questa classe, affrontato le misure).

- I bambini ricordano che quando devono illustrare un problema di matematica utilizzano dei simboli per far presto, quindi si pensa a come disegnare simbolicamente gli oggetti incontrati lungo i percorsi .
  - L'insegnante propone di fotografare dall'alto un piccolo villaggio costruito con la sabbia in cortile come fanno i grandi per la rappresentazione della realtà, così i bambini cominciano a capire che basta disegnare il contorno di un oggetto per saperlo riconoscere come se lo si vedesse dall'alto senza badare ai colori ma solo alla sua forma.

  - Si prova a disegnare oggetti di uso comune visti dall'alto come un temperino, una gomma ecc…
  - Si alternano momenti di riflessione individuale, per produrre un disegno, o per mettere a confronto il disegno di un compagno con il proprio a momenti di discussione collettiva per costruire i percorsi comuni alla classe.
  - Collegati a quest'attività, sono stati effettuati esercizi tecnici, come "cacce al tesoro" con consegne scritte (a coppie, un bambino descrive come il compagno può localizzare il tesoro); rappresentazione grafica di spazi della scuola o circostanti (visti dall'alto, di fronte,…) con successivo confronto tra disegni.
  - A lato di quest'attività sono significativi esercizi di copia dal vero di oggetti (scatole, barattoli, bottiglie) da diversi punti di vista, seguiti da discussioni di confronto fra i disegni; esercizi di lettura di immagini piane di oggetti spaziali (che cos'è? da che punto di vista è stato disegnato?)
  - Le simmetrie sono trattate mediante attività di piegatura e ritaglio.
  - Attività su schede relative a percorsi per cogliere il nesso logico, la relazione tra attributi o tra enunciati, si tratta di situazioni fluide adatte a stimolare la discussione, a favorire l'abitudine a fare delle ipotesi e ad individuare le conseguenze.
  - Ad esempio



Elio deve fare le seguenti commissioni:
- ritirare un pacco alla posta
- comperare diverse provviste al supermercato
- chiedere al capostazione l'orario del treno

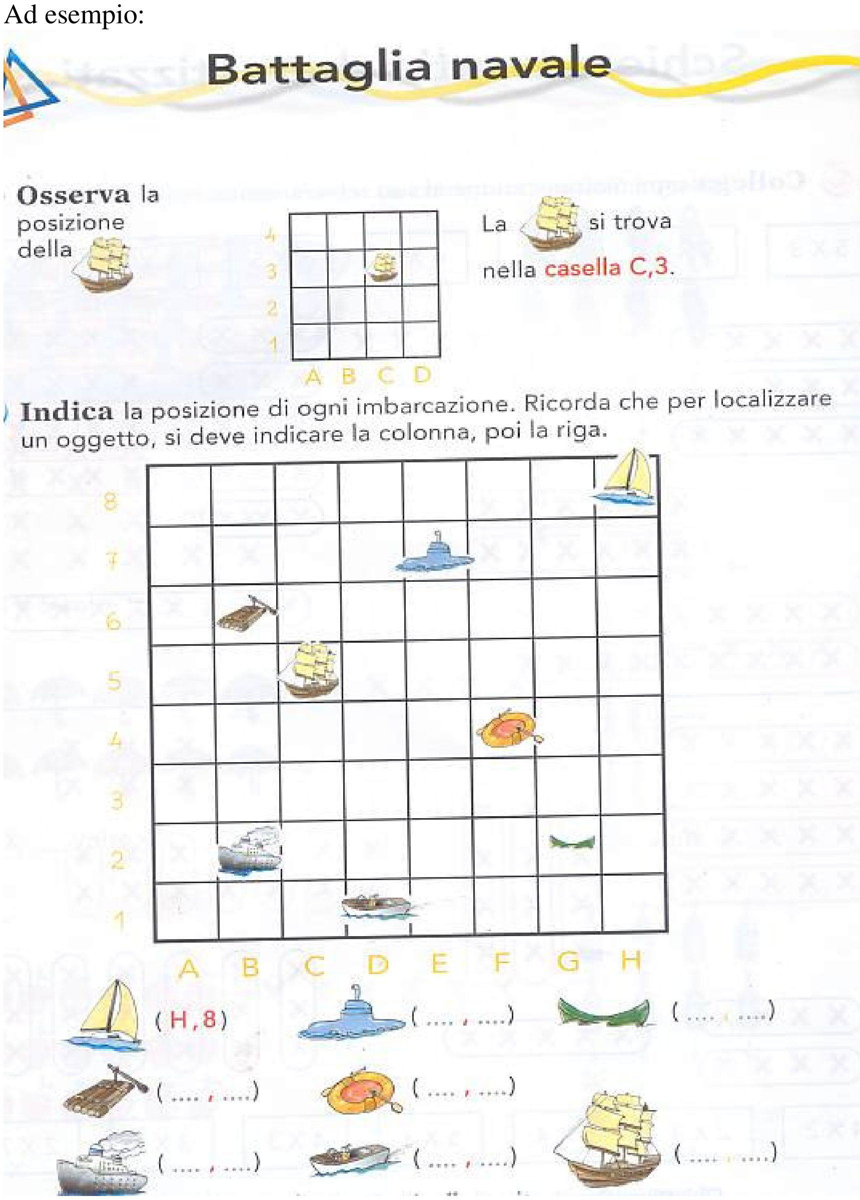
- visitare la zia
- salutare il suo amico Carlo

Si chiede di indicare i percorsi possibili e quello più conveniente.
Infine l'insegnante pone il problema inverso.

Inoltre attività individuali :

- scrivere in tabella le coppie che indicano la posizione degli oggetti
- disporre in tabella gli oggetti come da coppie prestabilite.

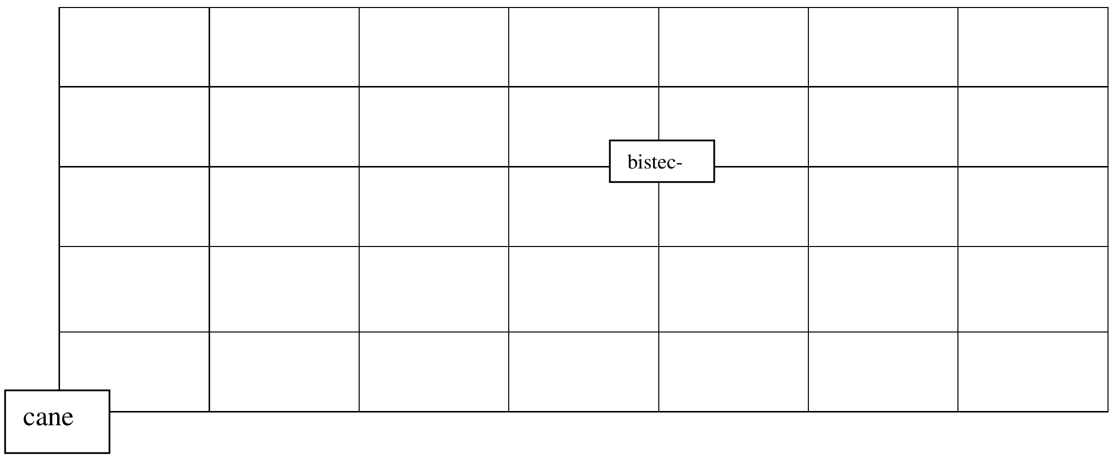
Ad esempio:

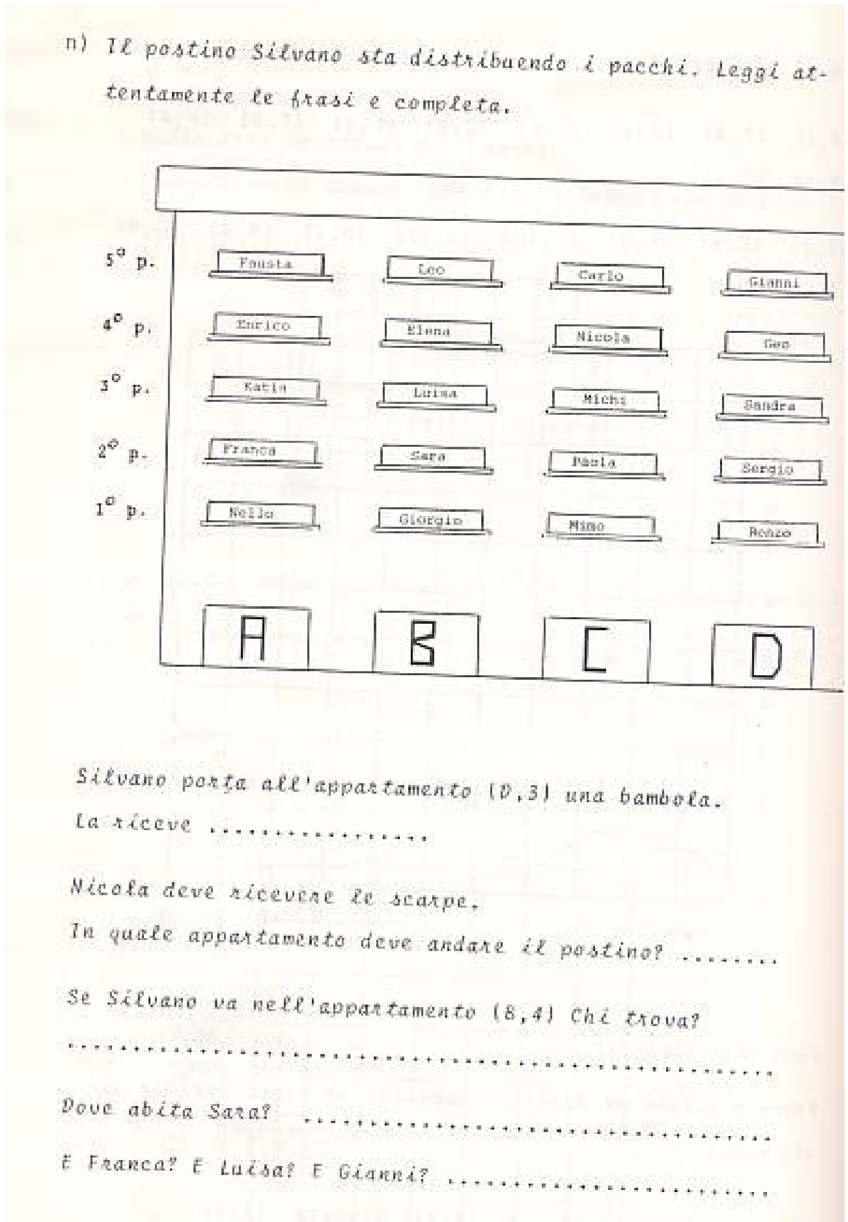


- Dettati di percorsi come il seguente:

Disegna sulla griglia il percorso che il cane fa per andare alla bistecca

→ ↑ ↑ → → ↑ ↑ → ↓





n) Il postino Silvano sta distribuendo i pacchi. Leggi attentamente le frasi e completa.

Silvano porta all'appartamento (D,3) una bambola.
La riceve ....

Nicola deve ricevere le scarpe.
In quale appartamento deve andare il postino? ....

Se Silvano va nell'appartamento (B,4) Chi trova?
....

Dove abita Sara? ....

E Franca? E Luisa? E Gianni? ....

VERIFICHE

In itinere si verifica quanto un bambino sta interiorizzando, osservando come esegue praticamente un percorso, ascoltando i suoi interventi, le sue proposte ed ipotesi.
Inoltre schede per verificare:

- l'acquisizione degli organizzatori temporali,
- la soluzione di percorsi,
- la capacità di disegnare simmetrie
- utilizzo di una griglia per disegnare un percorso seguendo le istruzioni date e, viceversa.
- individuare le coordinate di un punto sul piano cartesiano

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE

L'itinerario sviluppa alcune competenze di tipo geometrico, logico-linguistico e geografico connesse con l'osservazione, la descrizione e la rappresentazione grafica.

1 - Competenza da verificare: capacità di disegnare una mappa a partire dalla descrizione.

Cappuccetto Rosso incontra il lupo nel folto del bosco, mentre sta andando a trovare la nonna.
La casa della nonna si trova in mezzo al grande prato che il fiume separa dal bosco.
Il lupo propone a Cappuccetto Rosso una gara per vedere chi arriva primo alla casa della nonna, percorrendo due sentieri diversi. Il sentiero di Cappuccetto Rosso fa molte curve prima di arrivare al ponte, mentre quello del lupo, molto scosceso, scende direttamente al fiume.
Disegna la mappa dei percorsi di Cappuccetto e del lupo.
(Se lo ritiene opportuno l'insegnante può preparare una scheda con punto di partenza e punto d'arrivo già rappresentati).
Parole chiave che il bambino deve individuare per costruire la mappa: Folto del bosco (punto di partenza) – Casa in mezzo al prato (punto d'arrivo) - Fiume che separa il prato dal bosco (necessità di un ponte per attraversarlo) – Due percorsi diversi, uno diretto, l'altro con molte curve (entrambi nel bosco, si ricongiungono al ponte).

2- Competenza da verificare: capacità di leggere cartine topografiche.

3) Descrivi il percorso che fai ogni giorno da casa tua alla scuola, poi mettilo in evidenza con un colore nella cartina topografica (del paese o del quartiere, se ci si trova in città).
Metti in evidenza, se c'è, un percorso alternativo e spiega perché abitualmente scegli il primo.

1.9. UA: Giochiamo con l'euro. (II-III Scuola Primaria)

TITOLO: "GIOCHIAMO CON L'EURO" **N° 1**

Scuola Primaria Statale "A. Mina" di Gussola – Istituto Comprensivo "Dedalo 2000"

Data di inizio: ottobre 2004

Anno scolastico: 2004/2005 **Destinatari:** Alunni delle classi II e III

Docenti coinvolti: Arini Leida, Villaschi Cristiano, Lena Maria Chiara, Manini Silvia

FASE DI AVVIO - il problema / progetto / bisogno deriva da:

- esperienza dell'alunno: difficoltà nell'uso dell'euro per le necessità pratiche (acquisto di bevande al distributore automatico, piccole spese personali…)
- le insegnanti hanno concordato di organizzare gruppi eterogenei a classi aperte (II e III) per far acquisire ai bambini l'abilità pratica di operare con monete e banconote in Euro

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP – POF)

Inserirsi nella vita sociale utilizzando adeguatamente la moneta in uso.

APPRENDIMENTO UNITARIO

Favorire la conoscenza e l'utilizzo delle monete e delle banconote in Euro (€).

Favorire il calcolo orale e scritto.

OBIETTIVI FORMATIVI

L'educazione matematica deve contribuire alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica.

O.S.A.

Rappresentazione dei numeri naturali e decimali in base dieci.

Riconoscere nella scrittura in base dieci il valore posizionale delle cifre.

Esplorare, rappresentare e risolvere situazioni problematiche.

Conoscere l'uso del denaro nel tempo.

FASE ATTIVA (metodi, tempi e soluzioni organizzative)

Le attività si svolgono prevalentemente attraverso esperienze pratiche: costruzione di monete e banconote in Euro (€) per effettuare scambi monetari e giochi vari (mercatino, ecc.).
Attività specifiche proposte:

- conversazioni guidate sull'uso del denaro nel tempo (dal baratto alle monete);
- ricerca e presentazione delle monete utilizzate nei tempi antichi;
- ricerca e presentazione di monete e banconote utilizzate in paesi stranieri;
- presentazione di monete e banconote in Euro (€);
- confronto dell'Euro con la Lira;
- spiegazione del simbolo dell'Euro (€);
- storia dell'Euro (€);
- identificazione degli Stati dell'Unione Europea;
- possibili acquisti con ciascuna moneta o banconota;
- scambi monetari reali con vere monete, effettuati dapprima collettivamente e poi a coppie di alunni;
- osservazione di fotocopie a colori delle singole monete e banconote utilizzate in Italia;
- spiegazione dell'immagine raffigurata su ogni moneta/banconota;
- le monete degli altri Stati che utilizzano l'Euro (€);
- simulazioni di monete su fogli di cartoncino;
- scambi monetari pratici, "grafici" e simbolici (individuali e a coppie);
- risoluzione di problemi orali e scritti, graduati, a seconda del livello di apprendimento.

ORGANIZZAZIONE

Si formano quattro gruppi eterogenei misti (di classi II e III) seguiti ciascuno da un insegnante.
Tutti gli alunni svolgeranno le stesse attività (pratiche, grafiche e simboliche) a seconda del livello di apprendimento si differenziano le situazioni problematiche da risolvere, effettuando così il recupero o il potenziamento delle conoscenze specificatamente matematiche di ogni singolo alunno.

Le discipline coinvolte sono: matematica, storia, geografia, italiano, attività espressive.

VERIFICA degli OSA

Si verifica, oralmente e per iscritto, se il bambino sa effettuare scambi reali di monete e banconote; sa operare addizioni e sottrazioni con gli Euro (€).

1.10. UA: Le temperature sotto zero (V Scuola Primaria)

TITOLO "LE TEMPERATURE SOTTO ZERO"
Scuola…Elementare …Vicomoscano……………….**Data d'inizio**…14/12/04………
Anno Scolastico 2004/2005 **Destinatari**…Classe 5°…………
Docenti coinvolti…Avigni Giacomina , Lucchetti Cinzia , Fiore Angela ……………………
FASE DI AVVIO- il problema / progetto / bisogno deriva da:

- **esperienza degli alunni**:alcuni bambini durante la conversazione riferiscono le loro osservazioni riguardo il brusco abbassamento della temperatura "il termometro sulla macchina del papà stamattina segnava -2 " Domanda:"Che numero è –2 ?" "Si può fare un'operazione con questi numeri?"

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP-POF)
Osservare la realtà per riconoscere relazioni tra grandezze, differenze e modificazioni nel tempo e nello spazio.
Leggere dati rappresentati in vario modo, risolvere problemi impiegando forme simboliche caratteristiche della matematica (numeri, misure, grafici)
Arrivare alla descrizione, rappresentazione di fenomeni con simboli numerici, tabelle, grafici.
Effettuare misurazioni di grandezze comuni utilizzando correttamente gli strumenti opportuni.
Esplorare e comprendere gli elementi tipici di un ambiente naturale.(PECUP)

APPRENDIMENTO UNITARIO da promuovere
Conoscere le variazioni di temperatura nelle ore del giorno, nelle diverse regioni, nei diversi mesi dell'anno.
Saper leggere grafici relativi alle temperature operando confronti e calcolando differenze tra numeri positivi e/o negativi.

OBIETTIVI FORMATIVI
- Operare con i numeri interi relativi
- Raccogliere, selezionare e ordinare le informazioni da un'esperienza.
- Discutere su fatti, fenomeni, dati e risultati di un'esperienza.
- Reperire e organizzare informazioni relative ad un viaggio.

O.S.A.
Matematica:
- Introduzione in contesti concreti dei numeri interi relativi (positivi, nulli, negativi);
- Ordinamento dei numeri interi relativi sulla linea numerica;
- Analisi e confronto di raccolte di dati, individuare la media aritmetica, comprendere l'importanza della elaborazione e della rappresentazione dei dati raccolti in grafici e tabelle[9].

Geografia:
- Conoscenza di temperature/clima del proprio ambiente e regione operando confronti con città di altre regioni italiane.

Scienze:
- Illustrare la differenza tra temperatura e calore, con riferimento all'esperienza ordinaria;
- Correlare grandezze diverse;
- Conoscere gli strumenti di misurazione della temperatura.

[9] Le tabelle in cui vengono raccolti dati relativi a due grandezze (esempio: ora-temperatura) determinano solitamente grafici di funzioni empiriche. Anche queste occasioni quindi sono da vedere come possibilità per introdurre e mostrare un ambito di applicazione del concetto di funzione.

FASE ATTIVA (metodi, tempi e soluzioni organizzative)
La prima fase del lavoro è collettiva: si parte dalla sensazione di cambiamento di temperatura alla misurazione della stessa.
Scoperta della necessità di numeri che indichino la temperatura “sottozero”: i numeri negativi. Sistemazione sulla retta numerica (in un primo tempo rappresentata dal termometro) dei dati relativi alle temperature nei vari momenti della giornata.[10]
Calcolo delle variazioni di temperatura.
La seconda fase prevede il lavoro in coppia: rilevazione delle temperature in diversi momenti della giornata e ricerca sui quotidiani delle temperature in varie città italiane.[11]

Seguirà un momento di lavoro individuale su schede con ordinamento crescente o decrescente di numeri relativi e con altri esercizi di rinforzo.
Calcoli delle differenze di temperature, calcolo della media aritmetica delle temperature di 5 giorni.

VERIFICA DEGLI O.S.A
Schede di verifica volte ad accertare la capacità di operare con numeri relativi calcolando variazioni di temperatura .
Lettura e interpretazione di grafici relativi a temperature in diverse ore del giorno.
Lettura e interpretazione di tabelle e grafici relativi ad alcune città italiane.

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE

- Gioco a piccoli gruppi con domande che prevedono risposte a punti (risposte esatte avranno punteggio positivo, risposte errate avranno punteggio negativo); alla fine si farà il conteggio totale per scoprire chi ha ottenuto il punteggio maggiore.
- Saper scegliere in modo autonomo l’abbigliamento e gli accessori per un ipotetico viaggio in una qualsiasi città italiana capoluogo di regione, ricavando informazioni da grafici e dati relativi alle temperature di tali città indicate con numeri relativi (positivi, nulli, negativi).
- Fornire un grafico con le temperature degli ultimi 5 giorni ad un amico che desidera visitare il nostro paese nel prossimo fine settimana per informarlo sulle condizioni ambientali probabili.[12]

---

[10] Anche in questo caso osservare che l’insieme che si va a costruire non ha una struttura, al contrario di quanto succede quando i numeri negativi vengono introdotti per far sì che la sottrazione sia una operazione.
[11] Anche questi tipi di ricerca e i conseguenti risultati trovati possono essere utilizzati per rappresentare particolari funzioni.
[12] Il grafico in questione può essere fatto con diverse modalità. Si potrebbe discutere con la classe come costruire tale grafico (temperature in ore diverse della giornata? Alla stessa ora e quale ora? Temperatura media? Ecc.)

1.11. UA: Vado a fare la spesa (V Scuola Primaria)

TITOLO: “Vado a fare la spesa”

Scuola: elementare **Data d’inizio: fine novembre**
Anno scolastico 2004/2005 **Destinatari: classi 5 A/B di Casalmaggiore**
Docenti coinvolti: Ragazzini Maria Rosa
FASE DI AVVIO -il problema/ il progetto/ bisogno deriva da:

L’attività è iniziata dopo l’esperienza, fatta realmente dai bambini, di una simulazione di spesa al supermercato.

Progettazione spesa, approfondimento delle conoscenze specifiche da mettere in atto durante l’esperienza.

CONNESSIONE COI DOCUMENTI NAZIONALI E/O INTERNI (PECUP-POF)

- Stimolare i ragazzi a conoscere, sperimentare ed aprirsi a nuove esperienze formative;
- capacità di utilizzare gli strumenti culturali, le abilità, le conoscenze acquisite per comprendere la realtà e agire positivamente nei vari contesti di vita quotidiana.

APPRENDIMENTO UNITARIO DA PROMUOVERE
- Attivare abilità e conoscenze per poter effettuare un’eventuale spesa;
- apprendimento di conoscenze e di abilità attraverso modalità didattiche significative e motivanti nelle quali l’alunno è coinvolto attivamente.

OBIETTIVI FORMATIVI
- Partecipare e collaborare consapevolmente e responsabilmente per portare a termine un prodotto comune;
- favorire l’apprendimento di conoscenze e di abilità attraverso modalità didattiche nelle quali l’alunno è coinvolto in prima persona;
- utilizzare in modo adeguato le conoscenze e le abilità acquisite, per realizzare il compito stabilito;
- saper porsi e risolvere problemi della vita quotidiana, utilizzando e sviluppando capacità logiche e di intuizione.

OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO
- Il numero: leggere e scrivere numeri naturali e decimali, consolidando la consapevolezza del valore posizionale delle cifre; scrivere in modo diverso lo stesso numero (frazione, frazione decimale, numero decimale); eseguire le quattro operazioni aritmetiche con numeri interi e decimali; avviare procedure e strategie per acquisire scioltezza e sicurezza nel calcolo mentale; effettuare calcoli approssimati.
- Misura[13]: conoscere le unità di misure di capacità, di massa e di lunghezza e utilizzarle in contesti significativi; eseguire equivalenze tra misure ottenute con diverse unità di misura; conoscere il valore del denaro (l’euro in monete e banconote) e saperlo utilizzare in situazioni concrete di acquisto (denaro a disposizione, spesa, resto).

---

[13] Il concetto di misura va visto come funzione tra un insieme di grandezze e un insieme numerico.

- Utilizzare le conoscenze acquisite per formulare e risolvere problemi contenenti misure di massa, di capacità e di lunghezza e prezzi unitari della merce da acquistare.[14]

FASE ATTIVA (metodi, tempi, soluzioni organizzative)

- Si parte da situazioni reali, o proposte dall'insegnante o ideate dagli alunni, di spese da effettuare che vengono analizzate, esposte verbalmente, discusse; si individuano, poi, i dati necessari e vengono scelte le operazioni da eseguire.
- Si offrono occasioni per costruire nuovi concetti, abilità per arricchire di significato nozioni già apprese e per verificare l'efficacia di apprendimenti già posseduti.
- La correzione si utilizza come confronto tra soluzioni diverse di uno stesso problema, o come punto di partenza per la ricerca di nuovi problemi.
- Si effettuano lavori collegiali, a coppie, a piccoli gruppi o individuali.
- Tale attività si protrarrà anche nel mese di gennaio.

VERIFICHE DEGLI O.S.A.

Sono scritte o orali, con compilazione di tabelle o loro completamento; si propongono esercitazioni di risoluzione di problemi; soluzione di problemi mediante l'utilizzo di schede a quiz.

COMPITI UNITARI IN SITUAZIONE PER VALUTARE LE COMPETENZE

Gli alunni devono dimostrare di essere in grado di affrontare una spesa.

[14] L'ambito di riferimento è quello relativo alla divisione e alle proporzioni.

DATI IDENTIFICATIVI	**Titolo: LE GRANDEZZE E LA LORO MISURA** **UA n.** **Anno scolastico 2004/2005** **Destinatari: ALUNNI DELLE CLASSI PRIME** **Docente coinvolto: MATEMATICA**		
1. ARTICOLAZIONE DELL'APPRENDIMENTO	**<u>Riferimenti ai Documenti</u>** **a) nazionali** **PECUP** L'alunno: ▪ Osserva la realtà, per riconoscervi, anche tramite l'impiego di appositi strumenti , relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nello spazio. ▪ Giunge alla descrizione-rappresentazione di figure geometriche in moltepl ci modi: disegno, descrizione, costruzione, semplici simulazioni ▪ legge la realtà e risolve problemi non soltanto impiegando forme verbali o iconiche, ma anche forme simboliche caratteristiche della matematica (misure, figure, numeri), dando particolare significato alla geometria ▪ utilizza il linguaggio e i simboli della matematica per spiegare situazioni, rappresentare figure e elaborare progetti di risoluzione **OSA** **Conoscenze** ▪ Le grandezze geometriche ▪ Il sistema internazionale di misura ▪ Aspetti storici del sistema dei sistemi di misura **Abilità** ▪ Esprimere le misure in unità di misura nel sistema internazionale, utilizzando le potenze di dieci e le cifre significative ▪ Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto ▪ Valutare la significatività delle cifre del risultato di una data misura[15] ▪ Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure ricorrendo a modelli materiali e a semplici deduzioni e ad opportuni strumenti di rappresentazione (riga, squadra, compasso e, eventualmente, software di geometria) **b) d'Istituto** **POF** • La nostra scuola è formativa: sviluppa armonicamente la personalità attraverso il sapere (conoscenze) il fare (abilità)	**<u>Apprendimento unitario da promuovere</u>** Costruzione del significato della misura di una grandezza, fondato sui numeri reali (misura come funzione che associa un numero reale positivo a una grandezza e che "conserva" l'operazione di addizione tra grandezze) **<u>Compito unitario in situazione</u>** Risoluzione di problemi reali mediante la misura di alcune qualità degli oggetti presi in considerazione	**<u>Obiettivi formativi con standard d'apprendimento</u>** L'alunno comprende che l'assegnazione di un numero a una grandezza, come risultato di un'operazione di misura, comporta sia la scelta di un'unità di misura sia l'espressione della grandezza con un numero seguito dall'unità di misura utilizzata L'alunno: ▪ Esprime i concetti di grandezza misurabile e di unità di misura, riconoscendo quando due enti appartengono alla stessa grandezza ▪ Distingue tra unità di misura convenzionale e non convenzionale ▪ Effettua stime di misura ▪ Descrive, spiegandone i criteri organizzativi e il significato, il Sistema Internazionale di unità di misura ▪ Esegue correttamente le equivalenze tra misure espresse con diverse unità di misura (unità fondamentale e loro multipli e sottomultipli) ▪ Esegue operazioni aritmetiche tra grandezze espresse nelle loro misure, approssimandone opportunamente i risultati (relazione tra misura fisica e misura matematica). ▪ Risolve problemi riguardanti le grandezze e la loro misura **<u>Obiettivi minimi</u>** L'alunno è in grado di:

[15] Approfittare, quando possibile, per sottolineare la differenza tra la misura matematica (vista come funzione) e la misura fisica di una grandezza.

	• La nostra scuola è proiettata sul mondo: trasforma in competenze le conoscenze e abilità dell'alunno, favorendone l'integrazione nella società contemporanea		▪ Riconoscere le principali grandezze ▪ Associare le grandezze alle rispettive unità di misura ▪ Effettuare misure fisiche di grandezze: lunghezza, massa, capacità, superficie ▪ Abituare alla necessità di intervallo di incertezza collegato alla misura fisica. ▪ Eseguire semplici equivalenze anche con l'aiuto di scale di riferimento ▪ Risolvere semplici problemi
2. MEDIAZIONE DIDATTICA	**<u>Metodi</u>** ▪ Lezione frontale ▪ Lezione dialogata ▪ Attività di gruppo ▪ Attività di osservazione di oggetti, di manipolazione e costruzione di modelli ▪ Lettura analitica del testo con selezione dei concetti chiave ▪ Esercizi scritti di consolidamento e approfondimento ▪ Uso degli strumenti di misura, di disegno e informatici	**<u>Tempi</u>** Mesi di gennaio e febbraio	**<u>Soluzioni organizzative</u>** ▪ Gruppo classe ▪ Gruppi di livello ▪ Peer education ▪ Laboratori
3. CONTROLLO DEGLI APPRENDIMENTI	**<u>Verifica delle competenze</u>** <u>In itinere</u> Verifiche orali e scritte: questionari, esercizi di calcolo, risoluzione di problemi, esercizi di uso del lessico <u>Sommativa</u> ▪ Verifica orale o scritta sugli argomenti trattati ▪ Compito unitario in situazione	**<u>Criteri di valutazione</u>** • Conoscenza degli elementi propri dell'unità • Capacità di individuare relazioni • Applicazione di procedimenti di calcolo • Capacità risolutiva • Comprensione e uso dei linguaggi specifici	**<u>Documentazione</u>** • <u>Portfolio</u>: raccolta dei prodotti significativi dell'alunno (sia individuali che di gruppo), eventuali osservazioni del docente, autovalutazione dell'alunno e riflessione sul proprio apprendimento • <u>Piano di Studio Personalizzato</u>: descrizione dell'UA fatta dal docente dopo la realizzazione con gli alunni

<table>
<tr><td>DATI IDENTIFICATIVI</td><td colspan="3">Titolo: NUMERI NATURALI, DECIMALI E LE OPERAZIONI ARITMETICHE UA n. 1
Anno scolastico 2004/2005
Destinatari: ALUNNI DELLE CLASSI PRIME
Docente coinvolto: MATEMATICA</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1. ARTICOLAZIONE DELL’APPRENDIMENTO</td><td rowspan="2"><u>Riferimenti ai Documenti</u>

a) nazionali
PECUP
L’alunno:
▪ esegue semplici operazioni aritmetiche mentalmente, per iscritto, con stru-menti di calcolo
▪ legge la realtà e risolve problemi concreti e significativi impiegando forme verbali, iconiche e simboliche
▪ utilizza il linguaggio e i simboli della matematica

OSA
Conoscenze
▪ L’insieme N e le proprietà delle operazioni
▪ Numeri interi relativi (cenni)
▪ Operazioni con numeri naturali e decimali
▪ Approssimazione e arrotondamento
▪ Scrittura formale delle proprietà delle operazioni e uso delle lettere come generalizzazione

Abilità
▪ Leggere e scrivere numeri naturali e decimali in base dieci usando la no-tazione polinomiale
▪ Riconoscere l’insieme N con le relative proprietà formali e operare in esso
▪ Rappresentare con lettere le principali proprietà delle operazioni
▪ Risolvere problemi e calcolare semplici espressioni tra numeri interi e decimali mediante l’uso delle quattro operazioni

b) d’Istituto
POF
• La nostra scuola è formativa: sviluppa armonicamente la personalità at-traverso il sapere (conoscenze) il fare (abilità)</td><td><u>Apprendimento unitario da promuovere</u>

L’alunno sa leggere, scrive-re e operare consapevol-mente con i numeri naturali e decimali</td><td rowspan="2"><u>Obiettivi formativi con standard d’apprendimento</u>

L’alunno si rende conto che i numeri e le operazioni, inizialmente legati alla re altà, diventano essi stessi oggetto di ri-flessione e di studio (reificazione).
L’alunno:
• Utilizza in modo significativo il si-stema di numerazione decimale sia per i numeri interi che decima-li, comprendendo il valore dello zero
▪ Confronta e ordina numeri interi e decimali utilizzando anche la retta graduata[16]
▪ Passa dal numero scritto in cifre a quello scritto a parole e viceversa
▪ Esegue, comprendendone il signifi-cato, le quattro operazioni tra nu-meri naturali e decimali
▪ Utilizza le principali proprietà delle operazioni aritmetiche per esegui-re calcoli mentali e scritti. Rap-presenta le proprietà con lettere.
▪ Calcola il valore di espressioni a-ritmetiche
▪ Approssima convenientemente i risultati delle operazioni

<u>Obiettivi minimi</u>
L’alunno conosce e applica elementari procedimenti di calcolo anche se non sempre deduce e applica proprietà</td></tr>
<tr><td><u>Compito unitario in situazione</u>

Partecipazione ad una gara di matematica che comporta la ri soluzione di problemi non stan dard.
Lavorando a gruppi, gli a-lunni affrontano situazioni problematiche, incontrando i diversi significati di nume-ro e cogliendo il significato e la valenza delle operazio-ni.</td></tr>
</table>

[16] Da non trascurare la distinzione tra i due insiemi numerici, rispetto alla relazione d’ordine indotta da “minore di”, dal punto di vista della densità.

	• La nostra scuola è proiettata sul mondo: trasforma in competenze le conoscenze e abilità dell'alunno, favorendone l'integrazione nella società contemporanea		
2. MEDIAZIONE DIDATTICA	**Metodi** ▪ Lezione frontale ▪ Lezione dialogata ▪ Attività di gruppo ▪ Lettura analitica del testo con selezione dei concetti chiave ▪ Esercizi scritti di consolidamento e approfondimento ▪ Uso degli strumenti informatici	**Tempi** Mesi di ottobre, novembre e dicembre	**Soluzioni organizzative** ▪ Gruppo classe ▪ Gruppi di livello ▪ Peer education ▪ Laboratori
3. CONTROLLO DEGLI APPRENDIMENTI	**Verifica delle competenze** In itinere Verifiche orali e scritte: questionari, esercizi di calcolo, risoluzione di problemi, calcolo di espressioni, esercizi di uso del lessico Sommativa ▪ Verifica orale o scritta sugli argomenti trattati ▪ Compito unitario in situazione	**Criteri di valutazione** • Conoscenza degli elementi propri dell'unità • Capacità di individuare rela zioni • Applicazione di procedimenti di calcolo • Capacità risolutiva • Comprensione e uso dei lin guaggi specifici	**Documentazione** • Portfolio: raccolta dei prodotti significativi dell'alunno (sia individuali che d gruppo), eventuali osservazioni del docente, autovalutazione dell'alunno e riflessione sul proprio apprendime to • Piano di Studio Personalizzato: descrizione dell'UA fatta dal docente dopo la realizzazione con gli alunni

DATI IDENTIFICATIVI	**Titolo: Alla scoperta di altri numeri. le frazioni** **UA n.** **Anno scolastico 2004-2005** **Destinatari: alunni classe seconda** **Docente coinvolto: Matematica**		
1. ARTICOLAZIONE DELL'APPRENDIMENTO	**<u>Riferimenti ai Documenti</u>** **a) nazionali** **PECUP** Il ragazzo esegue semplici operazioni aritmetiche mentalmente per scritto e con strumenti di calcolo; padroneggia concetti fondamentali della matematica riflette sui principi e sui metodi impiegati; legge la realtà e risolve problemi non soltanto impiegando forme verbali e iconiche, ma anche forme simbolich caratteristiche della matematica. **OSA** **Conoscenze** La frazione come operatore, come quoziente e come rapporto; confronto tra numeri razionali; operazioni tra numeri razionali Aspetti storici connessi alla matematica (come, quando, dove è nato il concetto di frazione)	**<u>Apprendimento unitario da promuovere</u>** Il ragazzo riconosce l'inadeguatezza dell' insieme N per affrontare alcune situazioni sia pratiche che teoriche.	**<u>Obiettivi formativi con standard d'apprendimento</u>** Il ragazzo -scopre che frazioni e numeri decim li permettono di eseguire in ogni cas la divisione. Gli ob. si intendono conseguiti se l'allievo è in grado di: 1. esprimere i concetti di unità frazic naria e di frazione come rapporto, come quoziente e come rapporto discutendone alcuni esempi 2. riconoscere frazioni equivalenti sa pendole ridurre ai minimi termini 3. ordinare correttamente un insieme di frazioni

	Abilità Riconoscere frazioni equivalenti; rappresentare numeri razionali e rappresentarli sulla retta numerica; eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi. **b) d'Istituto** **POF**	**Compito unitario in situazione** La classe viene suddivisa in grup pi di livello: Al 1°gruppo (basso) viene chiest di effettuare una ricerca sull'uso della frazione nella realtà. Si val ta ll cartellone presentato. Al 2° gruppo (medio) si chiede d stendere una breve storia della frazione. Si valuta come emerge la necessità di "frazionare" e di tradurre in termini matematici. Al 3°gruppo si chiede di ricercar sul vocabolario e sul testo di ma tematica il significato di termini: frazione, rapporto, equivalente, reciproca…, di registrarne i sign ficati. Inoltre si chiede di registra re le relazioni incontrate "…è re ciproca di….",''…è equivalente a….".Si valuta la rilevazione del significato comune da quello ma tematico e la ricerca delle propri tà delle relazioni considerate..	4. calcolare espressioni contenenti frazioni 5. risolvere, adottando opportune str tegie risolutive, problemi con le frazioni **Obiettivi minimi** Conosce la terminologia delle frazio conosce il concetto di complementar ed inversa; individua il modulo di fr zionamento in semplici situazioni (quadrato, rettangolo, cerchio, esago no..) riconosce alcune frazioni equivalenti esegue facili calcoli con le frazioni; risolve sempl ci problemi con le frazioni
2. MEDIAZIONE DIDATTICA	**Metodi** Lezione-dialogo Lezione frontale Attività individuale sul testo e su altro materiale Attività per gruppi Al computer: utilizzo di Excel	**Tempi** Novembre-Dicembre	**Soluzioni organizzative** Gruppo classe Gruppi di livello Utilizzo della compresenza di docent nei momenti di individualizzazione Attività nel lab. informatico
3. CONTROLLO DEGLI APPRENDIMENTI	**Verifica delle competenze** In itinere Test vero-falso, a scelta multipla, di completamento Applicazione della frazione come operatore, come quoziente, come rapporto Esercizi di calcolo Risoluzione di situazioni problematiche di vario tipo di media difficoltà. Costruzione della mappa concettuale relativa al concetto di frazione come op	**Criteri di valutazione** Quelli della scheda di valutazion	**Documentazione** • Portfolio: raccolta dei prodotti significativi dell'alunno (sia individuali c di gruppo), eventuali osservazioni de docente, autovalutazione dell'alunno e riflessione sul proprio apprendimento

	ratore e delle frazioni come nuovo insieme numerico in cui la divisione è un'operazione. <u>Sommativa</u> Operare su grandezze e su quantità Calcolo di espressioni Risoluzione di problemi Compito unitario in situazione		• <u>Piano di Studio Personalizzato</u>: descrizione dell'UA fatta dal docente dopo la realizzazione con gli alunni

ATTIVITA' CORRELABILI ALLE UA PRESENTATE

UA	Attività (articolo)	Reperimento
Operazione riordino	Sopra e sotto il pelo dell'acqua	UMI; Nucleo: Relazioni
I numeri, amici per la pelle	Caoticus	UMI; Nucleo: Numero
Animali vicini a noi		
Raggruppamenti in base 10	Pagamenti diversi	UMI; Nucleo: Numero
Le relazioni	Materiale anno scorso Il postino delle frazioni di Acquafredda	Relazione 03-04 UMI; Nucleo: Porsi e risolvere problemi
Concetti di addizione e sottrazione	Cap. 5.2 (pag. 97) Articolo Arrigo Gli amici del 5	La Matematica (*) CD UMI; Nucleo: Relazioni
Il mondo dei numeri		
Vado a fare la spesa	Pagamenti diversi Regina di cuori Come eravamo	UMI; Nucleo: Numero UMI; Nucleo: Misurare UMI; Nucleo: Argomentare e congetturare
Le temperature sotto zero		
Numeri naturali, decimali e le operazioni aritmetiche	Cap. 5.4 Attività Malara/Iaderosa Attività Menone/Zenone Attività Chiappini	La matematica (*) QuArAl2 (CD) CD
Alla scoperta di altri numeri. Le frazioni	Articolo Malara/Gherpelli Articolo Bonotto	CD CD
Le grandezze e la loro misura	Attività Nucleo Misurare	UMI; Nucleo: Misurare

UMI: Matematica 2001 (CD)
(*) La Matematica dalla scuola materna alla maturità – a cura di Grugnetti, Villani – Pitagora, 1999

2. IL PROGETTO MENONE-ZENONE

Le attività proposte, si inseriscono in un progetto più generale promosso dal Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica diretto dal prof. Marchini e relativo alla costruzione in un ottica di continuità, del concetto di limite a partire dalla scuola elementare. Tale progetto si ricollega a lavori sullo stesso tema sviluppati dal gruppo zeroallazero coordinato dalla Prof.ssa Grugnetti.
Le attività sono state proposte in classi V elementari, I e II Media da Maffini Achille, in presenza dell'insegnante di classe.
Di seguito verranno riportate le relazioni sulle attività svolte nelle varie classi.
Per quanto riguarda la scuola elementare, si potrà fruire delle relazioni sia a cura di Maffini Achille che delle insegnanti della classe. Si è ritenuto opportuno riportare entrambe le relazioni anziché integrarle tra loro per favorire una maggiore percezione dell'attività vista e vissuta da due prospettive diverse.

Formattato: Tipo di carattere:12 pt

2.1. Attività: Menone (V Scuola Primaria Vicomoscano)

Attività: Menone. **Formulazione: A**
Classe: V Scuola Primaria – Vicomoscano, 11/4/05
Insegnante: Avigni Giacomina
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore ed A (o A1) l'alunno (o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.

Il problema proposto e la consegna:
(A) Avete un quadrato bianco e 4 coppie di quadrati colorati. I quadrati sono tutti uguali tra loro.
Dovete costruire un quadrato che abbia area doppia di quello bianco. Per fare ciò usate tutto il cartoncino di una delle coppie di quadrati colorati, che dovete ritagliare ed incollare opportunamente sui fogli bianchi. Se non riuscite, riprovate con un'altra coppia di quadrati colorati.

Modalità di lavoro: a gruppi

I bambini vengono suddivisi a gruppi di 4. La formazione dei gruppi è decisa dalla maestra
Un bambino del gruppo funge da "registratore" dei vari tentativi e delle proposte emerse.
Vengono consegnate le coppie dei quadrati e il foglio con la consegna.
La consegna viene successivamente letta ad alta voce.
I bambini poi si mettono a lavorare.
I primi tentativi si configurano come ritagli dei quadrati in altri quadrati oppure a strisce rettangolari.
Dopo circa 15 minuti, però, un gruppo trova una soluzione (taglio di ciascun quadrato in 4 parti lungo le diagonali). Dopo altri 10 minuti tutti i gruppi sono arrivati ad una delle possibili soluzioni. Alcuni gruppi si preoccupano di trovare soluzioni alternative (vedi figure 1, 2, 3. I colori sono stati indicati per distinguere i pezzi provenienti dai due quadrati utilizzati).

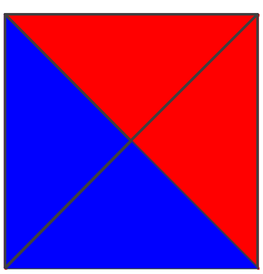


Fig. 1

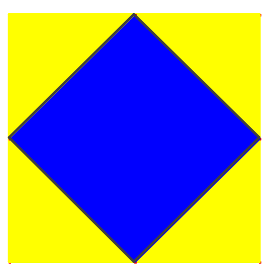


Fig. 2

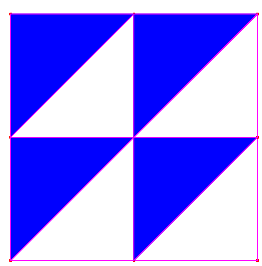


Fig. 3

Si pone il problema di quale sia la migliore.
Dopo un po' di discussione si concorda che la migliore è quella che presupponeva meno tagli.
Si pone il problema di come sia stato ottenuto il lato del nuovo quadrato:
I: Qual è il lato dl quadrato nuovo? (viene fatto alla lavagna il disegno di un quadrato ABCD).
A: AC
I: Ma cos'è AC del quadrato "vecchio"?
A:La diagonale
I1: E la diagonale adesso cos'è?
A: Il lato!
I: Questo vale anche per le altre costruzioni?
I bambini spiegano come hanno ottenuto le altre costruzioni. Si ripercorrono le costruzioni fatte in riferimento al disegno alla lavagna.

Si arriva alla conclusione che qualunque sia stata la costruzione fatta, si è sempre ottenuta la diagonale come lato del quadrato richiesto.
A questo punto vengono forniti quadrati con lati maggiori e si chiede ai bambini se nella consegna cambia qualcosa. Senza esitazione rispondono che la costruzione sarà la stessa , in poco tempo, la ripropongono.
I bambini quindi non sembrano essere condizionati dalle diverse dimensioni: per loro la forma fornisce già le indicazioni di come procedere.
I: Qualcuno ha parlato di misura….
Viene citato un bambino che ne ha parlato in precedenza, come prima risposta alla domanda.
Si riprende il concetto di misura e come le unità di misura possano essere diverse.
Le risposte fanno quasi tutte riferimento al metro o al righello. Qualcuno però ricorda che in alcune occasioni si è utilizzata anche una cartolina, ad esempio.
I: Usiamo il lato del quadrato bianco e vediamo quante "volte ci sta" nel lato del nuovo quadrato.
A: Una volta e mezzo.
I Una volta e mezzo esattamente?
A: No, a occhio.
I Secondo voi è più grande o più piccola?
A: Un po' meno (i bambini hanno segnato metà lato sul quadrato bianco)
Si socializzano le risposte.
Ci si accorge che la misura è difficile da fare utilizzando come unità il lato del quadrato bianco.
I: e con gli altri quadrati come sarà?
I bambini, questa volta, rimangono più perplessi. Non pensano, tutti e subito, che la risposta possa essere analoga alla precedente. La risposta più ricorrente è "più di una volta e mezzo". Sembra quindi che le dimensioni del lato possano condizionare il rapporto.
Qualcuno, però, (pochi) dice che è come prima.
Viene quindi consegnato un quadrato uguale a quelli ritagliati e vengono invitati a fare la prova.
Si accorgono che è ancora una volta e mezzo scarsa.
I: quale altro strumento pensereste di usare?
A: il righello.
I: perché col righello pensate di trovare una misura più precisa?
A:Perché ha una unità di misura più piccola?
I: Qual è l'unità di misura del righello?
A: il centimetro
A: No, il millimetro.
I: Allora possiamo usare il righello per misurare i due lati; ma se poi vogliamo stabilire quanto misura il lato nuovo rispetto al vecchio come possiamo fare?
A: Basta vedere quante volte ci sta dentro.
I: E quindi quale operazione occorre fare?
A: la divisione.
A questo punto ai bambini viene chiesto di misurare i lati dei due quadrati (vecchio/nuovo) e di farne il rapporto.
Viene costruita così una tabella in cui vengono riportate le misure dei lati dei quadrati di partenza e i lati dei nuovi quadrati.
In questa fase si osserva che, pur essendo partiti tutti da quadrati uguali, non hanno ottenuto tutti lo stesso valore sul nuovo lato.
Si socializzano le risposte ed in particolare viene fatto osservare che non sono state ottenute le stesse misure per i lati dei nuovi quadrati.
I: Le misure dei lati dei nuovi quadrati non sono le stesse, anche se i quadrati che vi avevo dato erano uguali. Questo perché? I quadrati che avete ottenuto incollando i pezzi hanno delle "imprecisioni". Secondo voi a cosa sono dovute?
A: Al fatto di aver tagliato male
A1: O di non aver incollato bene
I: Inoltre, secondo voi, era più facile trovare la misura dei quadrati grandi o di quelli piccoli?
Le opinioni si dividono: qualcuno dice una cosa, qualcun altro l'altra. Si chiedono le motivazioni.
Chi sostiene "grandi" ritiene che sia più facile perché "si vede meglio"; chi dice piccoli ritiene che è più facile tagliare e incollare (e quindi si commettono meno errori).
I: E se facciamo la divisione quali secondo voi saranno più precisi?

In questo caso la maggioranza si esprime per i grandi.
Viene quindi fatto venire un bambino alla lavagna per eseguire le divisioni.
Si osserva che tutti i rapporti si “stazionano” attorno a 1,4.
Inoltre si nota che aumentando i lati dei quadrati si hanno decimali in più.
I: Se avessimo quadrati molto grandi, come potremmo fare per stabilire il lato del quadrato di area doppia?
A: Basterebbe misurare la diagonale.
A1: basterebbe moltiplicare il lato per 1,4.
I: Ma siamo sicuri che questo valore è corretto?
A: non so, sembra che ci siano altri decimali.
L’incontro termina a questo punto. La domanda rimane in sospeso e la maestra tirerà successivamente le conclusioni.

Relazione a cura dell'insegnante Avigni Giacomina

RELAZIONE 2° FASE "MENONE" –

PERVENIRE ALLA MISURA DEL LATO DEL QUADRATO COSTRUITO (DI AREA DOPPIA DI UN QUADRATO DATO)

Attività svolta nella classe quinta della scuola primaria di Vicomoscano

Insegnanti presenti : Avigni Giacomina e Fiore Angela; la prima fase dell'attività è stata condotta dal professor Maffini Achille in collaborazione con le insegnanti.

Alunni presenti: 24

L'insegnante chiede agli alunni di osservare il quadrato ottenuto, di area doppia di quello di partenza[17], e pone loro la seguente domanda: - Senza usare il righello, sapreste dire quante volte il lato del quadrato di partenza può essere contenuto nel lato del quadrato costruito da voi ? Cioè quante volte ci può stare, ad occhio?-

(hanno ancora a disposizione il primo quadrato e il quadrato di area doppia ottenuto tagliandone due in corrispondenza delle diagonali) .

In un primo momento l'insegnante deve insistere sulla stima approssimativa senza l'uso del righello perché molti istintivamente cercano di utilizzarlo.

Un gruppo di bambine, abituate a lavori di ritaglio, piegatura e costruzione di oggetti di carta, perciò solite alle stime di misure, prova concretamente "quanto sta" il lato del 1° quadrato nel lato del 2° e riferisce che "ci sta circa una volta e mezzo, forse un po' meno".

Dopo questa stima viene richiesto l'uso del righello per la misurazione dei lati dei quadrati ottenuti e si constata che le misure registrate dai 6 gruppi sono leggermente diverse.

I bambini stessi commentano che le diversità sono dovute alla scarsa precisione di chi ha misurato, ai righelli un po' rovinati, ma soprattutto alla difficoltà di ritagliare esattamente sulle linee e di incollare le varie parti senza lasciare spazi tra le parti o sovrapporle.

Le misure ottenute sono state raccolte e sistemate in tabelle, una tabella per ogni quadrato di partenza (con lati di 10, 12 , 15 e 17 centimetri).

Ins.: - Osservando le tabelle, posso capire quanto sta il lato del primo quadrato nel lato del secondo? C'è un'operazione che mi permette di trovare quante volte ci sta? –

Al.: - per trovare quante volte un numero sta in un altro si fa una divisione! –

Gli alunni pensano di eseguire diverse divisioni con i dati relativi alle tabelle; si decide di continuare le divisioni fino alla seconda cifra decimale al quoziente.

Risulta presto evidente che i rapporti tra le misure delle tabelle, se pur leggermente diversi, oscillano tra 1,40 e 1,42.

Questa conclusione non soddisfa parecchi bambini, abituati a richiedere, soprattutto in matematica, risposte precise. Questi alunni chiedono di approfondire l'indagine.

Ins. – Come possiamo verificare qual è il risultato esatto? Pensiamo alla domanda di partenza.-

Un alunno la ripropone alla classe: - Costruite un quadrato di area doppia del primo –

---

[17] L'attività di costruzione del quadrato doppio del primo ha riservato alcune sorprese degne di nota: tra i 6 gruppi ve ne era uno considerato più forte in quanto composto da bambini con intuizione matematica piuttosto marcata, che pensavo avrebbero intuito presto la costruzione esatta. Probabilmente, invece, consapevoli delle loro abilità hanno sottovalutato la consegna e hanno perso tempo in osservazioni sterili. Nonostante ciò sono arrivati secondi nella costruzione di quanto richiesto. Un altro gruppo era composto da bambini con ottime abilità matematiche e grafico pittoriche, per questo avrebbero potuto anch'essi arrivare velocemente alla soluzione, ma il ruolo di capogruppo è stato assunto da un bambino molto preciso e ordinato, troppo attento ai particolari, che ha iniziato a suddividere la coppia di quadrati dati in parti piccolissime: striscioline e quadratini fino a confondersi nel particolare perdendo di vista il tutto. Il gruppo che per primo ha effettuato correttamente la costruzione tagliando il quadrato lungo la diagonale era formato da un bimbo indiano, una bimba ghanese e due bambini italiani; specialmente i primi due hanno sempre dimostrato una spiccata logica e intelligenza pratica, la bambina in particolare, ha un'ottima capacità di osservazione, inoltre due bambini sono abili disegnatori . Dopo questa esperienza potrei dire che siano state determinanti queste loro abilità, insieme al fatto di sentirsi sfidati a scoprire qualcosa, la molla che ha permesso loro di arrivare prestissimo alla soluzione del quesito.
Per tutti penso siano state molto importanti tutte le attività proposte sotto forma di gioco, sulla trasformazione, composizione e scomposizione di figure, svolte fin dallo scorso anno (tangram e altri giochi), oltre all'abitudine ad osservare le figure per arrivare alla scoperta delle varie formule per i calcoli delle aree delle figure piane.

Egli stesso, contemporaneamente a due compagni conclude: - Troviamo l'area del primo quadrato poi moltiplichiamo per se stesso il lato del quadrato che abbiamo costruito e alla fine controlliamo se il nuovo quadrato ha davvero l'area doppia del primo! –

Subito questa proposta trova il consenso entusiasta dell' intera classe, convinta di essere riuscita ad arrivare facilmente alla soluzione del quesito.

Si decide di verbalizzare sul quaderno le considerazioni fatte.

"Secondo i calcoli eseguiti, il rapporto tra diagonale e lato del quadrato non è un numero preciso perché le nostre divisioni danno risultati diversi (1,41 o 1,42) e, in caso di quozienti uguali, possiamo avere resti diversi. Proviamo a verificare qual è il numero esatto del rapporto facendo il calcolo delle aree dei quadrati: l'area del quadrato che ha per lato la diagonale dovrebbe essere doppia del 1° quadrato."

CALCOLO AREE

Area del **1° quadrato (l=10 cm)**

10 x 10 = 100 cmq **100 x 2 =200 cmq (doppia area)**

Area del **2°quadrato con l= diagonale 2°quadrato (l=14,1 cm** oppure **14,2 cm)**

14,1 x 14,1 = 198,81 cmq **198,81 < 200**

14,2 x14,2 = 201,64 cmq **201,64 > 200**

I bambini sono piuttosto sconcertati, qualcuno vorrebbe arrendersi e affermare che non si può sapere la misura esatta del lato e di conseguenza nemmeno il rapporto tra lato e diagonale, altri bambini invece pensano che se c'è stata la consegna di trovare la misura, vuol dire che ci deve essere, perciò formulano altre ipotesi di lavoro:

- Osservando le aree ottenute possiamo sapere che la misura del 2°lato=1°diagonale è più vicina a 14,1 che a 14,2 ; vuol dire che non è proprio a metà, così si può andare avanti e aggiungere un'altra cifra decimale e pensare che la misura sia 14,14 cm.-

Verifichiamo : 14,14 x 14,14 = 199,9396 cmq

Molti bambini sono abbastanza soddisfatti perché siamo vicinissimi alla soluzione esatta.

Alcuni alunni, invece, non sono persuasi dell'esattezza del calcolo perché dicono che quella misura non è ancora esatta, e non si può nemmeno misurare perché è inferiore a un millimetro, e pensano che non si possa arrivare al calcolo all'area di 200 cmq.

Un bambino (C.T.) cerca di mediare tra le due posizioni: - Il risultato non è esatto, però ci siamo andati molto vicini, se mettiamo altre cifre ai decimali e facciamo un po' di prove ci possiamo avvicinare sempre di più o ci possiamo arrivare, perché con i numeri decimali posso trovare anche le misure piccole che non posso trovare con il righello. –

Verbalizziamo la conclusione concordata dall'intera classe:

" **Abbiamo capito che con il righello è difficile misurare esattamente, molte volte è impossibile. Con i numeri decimali, invece, posso trovare quasi sempre la misura esatta anche se devo fare tanti tentativi. Qualche volta non si può trovare la misura esatta, perché si dovrebbe continuare a rimpicciolire la misura FINO ALL'INFINITO"**[18]

[18] L'alunno sopraccitato già in passato aveva fatto alcune osservazioni o domande riguardo al concetto di "infinito", sia come infinitamente piccolo sia come infinitamente grande, quindi aveva coinvolto in questi discorsi l'insegnante e altri compagni, perciò si è arrivati abbastanza semplicemente a questa conclusione collettiva anche se 5 o 6 bambini non hanno la seppur minima idea di ciò che può significare questo termine, forse perché non hanno ancora una sufficiente capacità di astrazione.

L'attività svolta ha stimolato i bambini e li ha coinvolti positivamente, perciò si è cercato di proseguire il lavoro per arrivare alla generalizzazione di quanto si è appreso, per verificare se gli apprendimenti fossero realmente acquisiti e ci fosse nei bambini la capacità di trasferirli in altre situazioni e in altri contesti problematici.
Si è proposta la situazione-problema "Raddoppiamo il laghetto"
"In un parco c'è un laghetto artificiale a forma di quadrato con il lato di 20 metri, utilizzato per l'allevamento ittico. Si vuole raddoppiare il numero dei pesci, perciò si dovrà raddoppiare la superficie del laghetto (la profondità resta la stessa). Quanti metri dovrà misurare il lato del nuovo laghetto?"
Gli alunni ricordano subito le attività proposte in precedenza e affermano che si deve trovare la misura della diagonale del laghetto vecchio, perché corrisponderà al lato del nuovo laghetto.
Al.: - Possiamo trovare la diagonale del laghetto sapendo che in ogni quadrato il lato sta nella diagonale 1,41 volte circa.

(d : l = 1,41 circa 1,41 x l = d)

20 x 1,41 = 28,20 m (misura della diagonale del lago vecchio e lato del lago nuovo)

I bambini osservano che in questo caso, visto che il lago è grande, anche se la misura non è precisa, non cambia molto perché la differenza sarà solo di qualche centimetro quadrato, che su una superficie così estesa non si noterà nemmeno e … non farà mancare acqua a nessun pesce.

Alla fine di questa attività ritengo di poter affermare che, tramite un procedimento di ricerca, costruzione e verifica con misurazioni e calcoli numerici, i concetti sono stati acquisiti facilmente e sono stati interiorizzati; di questo si è avuta la conferma nella verifica della capacità degli alunni di trasferire e applicare la conoscenza specifica in situazioni analoghe ma in contesti diversi.

Avigni Giacomina

2.2. Attività: Menone (V Scuola Primaria Casalmaggiore)

Attività: Menone.
Classe: V Scuola Primaria – V A,V B Casalmaggiore, 13/4/05
Insegnante: Ragazzini M. Rosa
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore ed A (o A1) l'alunno (o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.
Il problema proposto e la consegna:
(in V A) Avete un quadrato bianco e 4 coppie di quadrati colorati. I quadrati sono tutti uguali tra loro.
Dovete costruire un quadrato che abbia area doppia di quello bianco. Per fare ciò usate tutto il cartoncino di una delle coppie di quadrati colorati, che dovete ritagliare ed incollare opportunamente sui fogli bianchi. Se non riuscite, riprovate con un'altra coppia di quadrati colorati.

(in V B) Avete un quadrato bianco e 4 coppie di quadrati colorati. I quadrati sono tutti uguali tra loro.
Utilizzando 2 quadrati dello stesso colore, riuscireste a costruire (ritagliando ed incollando sui fogli bianchi i vari pezzi in modo opportuno) un quadrato di area doppia rispetto a quella del quadrato bianco?
Se ritenete di poterlo fare, ma di aver sbagliato strada, riprovate utilizzando un'altra coppia di quadrati, sempre dello stesso colore.

Modalità di lavoro: a gruppi

I bambini vengono suddivisi a gruppi di 4. La formazione dei gruppi è decisa dalla maestra
Un bambino del gruppo funge da "registratore" dei vari tentativi e delle proposte emerse.
Vengono consegnate le coppie dei quadrati e il foglio con la consegna.
La consegna viene successivamente letta ad alta voce.
I bambini poi si mettono a lavorare.
I primi tentativi si configurano come ritagli dei quadrati in altri quadrati oppure a strisce rettangolari.
Dopo circa 15 minuti, però, un gruppo trova una soluzione (riconducibile a quella proposta nella fig. 1). In successione anche gli altri gruppi arrivano ad una soluzione. Al termine si hanno due soluzioni possibili: oltre a quella ricordata, quella che lascia intero uno dei due quadrati. (vedi figura 2). La rapidità con cui è stata trovata la soluzione da tutti impedisce la ricerca di soluzioni alternative.
I: Intanto siete stati bravi. Mi auguro vi siate anche divertiti.
Tutti, tranne un bambino, annuisce. Anche in questa classe viene accennata la genesi del problema e di come, chi proseguirà negli studi, potrebbe ritrovarlo.
I: I primi tentativi che avete fatto riguardavano quadrati o rettangoli. Con queste figure siete giunti ad una soluzione?
A: No
I tentativi a cui si fa riferimento erano orientati verso una "orlatura" di uno dei quadrati con rettangoli o quadrati ritagliati dall'altro o con tentativi analoghi. I bambini andavano in crisi o perché nelle loro costruzioni mancavano pezzi o vi erano pezzi in più oppure nel momento in cui veniva chiesto loro come potevano essere certi che la figura ottenuta fosse proprio un quadrato.
I: Le risposte corrette che avete ottenuto, quale figura coinvolgevano?
A: Il triangolo.

Si ricorda come sono state ottenute le soluzioni trovate.
I: Intanto ci si può porre anche un problema, visto che siamo qua per porre problemi…
A: E' tutto un problema!
I: Sì, è tutto un problema, ma badate che è un problema anche quando si trovano le soluzioni, perché abbiamo adesso due soluzioni che mi portano allo stesso risultato richiesto dalla consegna. Delle due soluzioni qual è quella che vi è piaciuta di più?
La classe si divide equamente tra le due soluzioni.
I: E' interessante sapere perché a qualcuno è piaciuta di più una e a qualcun altro l'altra.
A: Perché è quella che abbiamo fatto noi.
Emergono altre risposte riferite al fatto che una fosse più facile dell'altra (ovviamente non erano d'accordo su quale fosse la più facile).
I: La mia domanda potrebbe sembrare inutile. Però un discorso che si faceva con un gruppo è che ci sono soluzioni che possono essere "più belle" rispetto ad altre. "Più belle" può essere una cosa soggettiva, però pensiamo ad alcune cose. Voi avete tagliato e poi incollato i quadrati. Vi sarete accorti che sia sui tagli che nell'incollamento non è facile essere precisi. Allora vale la pena tagliare (un gruppo ha notato che si potrebbero tagliare i triangoli in altri due triangoli) o no?
A: Non vale la pena.
I:Perché, che problema c'è?
A: Perché poi si deve incollare anche di più e incollare non è preciso.
I: Quindi posso pensare che la figura che salta fuori possa essere….
A: …più complicata
I: Più complicata e anche….
A: Meno precisa.
I: Perché più tagli si fanno e più è facile commettere ….
A: degli sbagli.
I: Quindi più è facile che la figura che trovate non sia esattamente un quadrato.
E' interessante osservare che i bambini "vedono" che è un quadrato anche quando la figura che ne è uscita potrebbe far porre più di un dubbio. Sembra esserci una sorta di astrazione "accettata" secondo cui si pensa al quadrato anche contro l'aspetto visivo. In un'altra classe si è attivata una sorta di "dimostrazione" per garantire che, al di là dell'evidenza, la figura ottenuta potesse essere considerata un quadrato.
I: Secondo voi si fanno più sbagli con pochi o tanti tagli?
A: Con pochi tagli.
I: E dove avete fatto meno tagli? Quanti tagli avete fatto?
Si contano il numero di tagli per ciascuna costruzione e si fa osservare quale è la parte tagliata e quali lati sono incollati vicini. Si osserva in particolare che in una delle due soluzioni sono stati incollati vicini i lati tagliati da chi ha preparato i quadrati.
I: Quando si valuta se una soluzione è "più bella", lo si può fare anche in base al fatto che sia quella in cui si commettono meno errori (o che si presta meno). Altrimenti si rimane su un piano personale.
I: Adesso il problema che abbiamo è che abbiamo trovato il segmento, il lato richiesto. Ma supponiamo di avere una piscina quadrata di lato 30 m e di volerne raddoppiare l'area, purché rimanga un quadrato. Che misura dovrà avere il lato della nuova piscina? Cosa devo trovare? So che il lato è la diagonale, ma cosa dovrò dire al muratore?
A: La misura.
I: Cos'è la misura?
A: Quanto è lungo un segmento.
I: Ma attraverso cosa si esprime?
A: Attraverso un numero.
I: Che esprime che cosa?
A:Quante volte l'unità di misura sta nel segmento

Si fa l'esempio della stanza usando come unità di misura una cartolina.
A questo punto si pone il problema di misurare il lato del nuovo quadrato utilizzando il lato del quadrato bianco come unità di misura.
Si procede con questa misura.
Successivamente si procede con la misura utilizzando il righello
Si riportano le misure ottenute sui quadrati di lato 10 cm in una tabella.
In questa fase si è posto anche un altro problema se bastasse misurare un solo lato del quadrato, visto che non sembravano così regolari.
Si è proceduto quindi ad una misura di tutti e quattro i lati.
I: Sono proprio tutti uguali?
A: No, ci sono delle differenze.
I: Allora quale valore assumente come misura del lato del quadrato?
Le risposte dei bambini sono state diverse: qualcuno proponeva la moda, qualcun altro la media. Si è lasciato che i bambini utilizzassero un loro criterio di scelta, senza entrare nel merito. Ciò che importava, in questa fase, è che non si limitassero ad una solo lato, confidando in una precisione che non c'era e di cui comunque si sono resi conto.
Successivamente si è passati a misurare i lati dei quadrati ottenuti a partire dai quadrati più grandi.
Infine si sono fatti i rapporti.
L'attività è poi proseguita nelle ore successive con la loro insegnante.

Nelle 2 ore successive l'attività è stata proposta nell'altra classe V (V B) che la maestra ha. L'unica variabile didattica significativa apportata è stata la formulazione del problema nella versione B.
Solo un bambino si è posto il problema dell'esistenza della soluzione, mentre gli altri hanno proceduto dandola per scontata.
Un aspetto interessante si è presentato con un bambino che ha continuato da solo, il primo tentativo proposto dal suo gruppo (come tutti i gruppi, poi, cioè quello di ritagliare i quadrati in quadrati).
Dopo un primo tentativo (8 quadrati) ha proseguito ritagliando quelli ottenuti in quadrati sempre più piccoli.
Poi ha disegnato un quadrato più grande suddividendolo in tanti quadratini (non regolari)
I: Perché procedi in questo modo?
A: Perché se taglio il quadrato in quadrati sempre più piccoli, poi ci riuscirò a ricoprirlo
I: Ma come fai a dire che quello che hai disegnato è il quadrato di area doppia se non conosci il lato?
A: E come faccio a sapere il lato se non ho il quadrato?
Questa conversazione merita alcune riflessioni.
A parte l'idea della misura razionale, sembra emergano aspetti importanti quali il senso di una richiesta. In effetti è sempre stato chiesto un quadrato ed il bambino che dice "come posso avere il lato se prima non ho il quadrato" esprime un ordine, una priorità sulle richieste: la figura prende il sopravvento sul segmento. (questo spiega anche le difficoltà nel trovare il lato del nuovo quadrato in relazione al quadrato vecchio).
Inoltre la tendenza a procedere per quadrati è riconducibile ad un'idea di similitudine (o analogia, per i rettangoli). L'approccio dell'alunno, invece, fa pensare direttamente ai ricoprimenti, di cui il quadrato è la figura più ovvia.

Relazione a cura dell'insegnante M. Rosa Ragazzini

Dopo la prima fase che comprendeva la lettura della consegna con formulazione A per la classe 5A e la formulazione B per la classe 5B, ogni gruppo si è messo a discutere sul da farsi: chi pensava soluzioni possibili, chi disegnava quadrati prima di consumare quelli dati, qualcuno riteneva che l'impresa fosse impossibile…

La classe si è trasformata in un laboratorio, con un vocio di sottofondo di bambini che discutevano, formulavano ipotesi, mettevano in comune le loro idee, ritagliavano, ruotavano figure, incollavano e piagavano. Il lavoro era stimolante e coinvolgente e tutti partecipavano con grande interesse ed entusiasmo; qualcuno pensava ad una gara e voleva arrivare per primo alla soluzione.

Finalmente, dopo vari tentativi, è arrivata l'intuizione giusta che ha condotto alla soluzione del problema posto.

Successivamente, per verificare che la soluzione trovata fosse veramente quella esatta, i ragazzi hanno costruito ancora il quadrato di area doppia a partire da altre coppie di quadrati di dimensioni diverse da quelle dei quadrati iniziali. Tale costruzione è avvenuta con la medesima tecnica utilizzata in precedenza.

In tal modo si sono maggiormente resi conto ed hanno constatato che in effetti il lato del quadrato 2 non era altro che la diagonale del quadrato 1.

Ne è seguito un momento di discussione comunitaria in cui ogni gruppo illustrava come fosse arrivato alla soluzione, quali fossero state le strategie adottate.

Nella seconda fase è stato chiesto di osservare il lato del quadrato ottenuto e di confrontarlo con quello del quadrato messo a disposizione per cercare di scoprire quante volte poteva essere contenuto in esso.

È iniziata, quindi, la ricerca di una serie di possibili stime della misura: qualcuno diceva che ci stava due volte, altri una volta e mezza, altri una volta e un pezzettino, ma il pezzettino per qualcuno era meno mentre per qualcun altro più della metà del lato del quadrato.

Fra tutte queste ipotesi, qual era quella corretta? Si è constatato che una stima così ad occhio non poteva essere valida per tutti e soprattutto precisa; così si è deciso di trovare la misura utilizzando il righello graduato, strumento conosciuto e comunemente usato dai ragazzi.

Effettuate le misurazioni, i risultati vengono riportati in una tabella e viene notato che c'è un rapporto che sembra costante fra la diagonale e il lato del quadrato che sembra essere 1,4.

Talvolta, però, è stato constatato che gli stessi quattro lati di un quadrato non avevano i lati congruenti; per quale motivo?

Qualcuno diceva che nel ritagliare non era stato preciso, non era andato diritto, l'incollatura non era perfetta. Anche dopo la misurazione col righello, non sempre le misure coincidevano, ma spesso c'erano differenze dell'ordine dei millimetri. Si è quindi posto il problema su quale misura considerare come misura del lato del quadrato e le proposte emerse portavano a concetti quali la media (media aritmetica delle misure dei lati) o alla moda (la misura che compariva con maggiore frequenza).

Si è quindi costruita una tabella in cui venivano riportate le misure dei lati del quadrato iniziale e quelle del quadrato di area doppia.

(1) Lato quadrato iniziale	(2) Lato quadrato finale	Rapporto tra (2) e (1)
10 cm	14 cm	1,4
12 cm	16,8 cm	1,4
15 cm	21 cm	1,4
17,5 cm	24,5 cm	1,4

Malgrado i rapporti fossero tutti uguali a 1,4, si è fatto notare che il valore era approssimato, visti gli "errori" fatti nella costruzione.

Ora che i ragazzi avevano verificato che il lato del quadrato con area doppia era la diagonale del quadrato iniziale, anche se si aumentava sempre più le dimensioni, si è proposto, in una lezione successiva, il problema del lago.

I ragazzi, durante la verbalizzazione della situazione, hanno affermato che il lato del lago non si poteva manipolare come fatto con i quadrati di cartoncino, data la notevole dimensione, ma si sono ricordati del rapporto tra la diagonale e il lato.
Inoltre, in conclusione, qualcuno di essi ha detto che la matematica serve per fare dei calcoli e che questi sono utili per ottenere delle misure grandi che, fisicamente, non si possono maneggiare.

VALUTAZIONE
Ritengo che l'esperienza dell'attività del Menone proposta alle due classi sia stata molto utile; prima di tutto perché i ragazzi si sono sentiti protagonisti di un progetto importante e per loro ritenuto "grande", dato che hanno lavorato con un professore che collabora con l'università, secondariamente perché hanno sviluppato una maggiore socializzazione nei vari gruppi in cui erano stati divisi, collaborando, discutendo, progettando con uno scopo comune.
Tutti si sono attivati per cercare soluzioni esatte, ognuno ha proposto una sua idea che è stata discussa, condivisa oppure scartata con delle motivazioni.
Agli alunni è piaciuto molto manipolare il materiale colorato fornito; questo li ha interessati maggiormente e ha reso più gradevole l'attività.
Qualcuno ha detto che il lavorare insieme l'ha aiutato a comprendere delle cose cha da solo non sarebbe mai stato in grado di capire.
Altri hanno affermato che il desiderio di scoprire la soluzione in tempi brevi li ha portati a "pensare molto" e sono stati coinvolti anche emotivamente.
L'esperienza è stata positiva, perché ha apportato nuove scoperte, ha consolidato conoscenze già possedute, ha condotto i ragazzi ad affrontare con impegno situazione apparentemente difficili.

2.3. Attività: Menone (V Scuola Primaria Casalmaggiore)

Attività: Menone.
Classe: V Scuola Primaria – Casalmaggiore, 15/4/05
Insegnante: Caletti Giovanna
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore ed A (o A1) l'alunno (o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.

Il problema proposto e la consegna:
Avete un quadrato bianco e 4 coppie di quadrati colorati. I quadrati sono tutti uguali tra loro. Utilizzando 2 quadrati dello stesso colore, riuscireste a costruire (ritagliando ed incollando sui fogli bianchi i vari pezzi in modo opportuno) un quadrato di area doppia rispetto a quella del quadrato bianco?
Se ritenete di poterlo fare, ma di aver sbagliato strada, riprovate utilizzando un'altra coppia di quadrati, sempre dello stesso colore.

Modalità di lavoro: a gruppi

Nota. Nella relazione relativa a questa classe, non sono stati riportati tutti i dettagli dell'attività (per i quali si rimanda comunque a quella dell'insegnante) in quanto si possono ricondurre a quanto visto nella classi precedenti. Rispetto alle altre, però, si è potuti andare "un po' oltre" e arrivare così a verificare le condizioni sul rapporto e prospettare più chiaramente l'inadeguatezza del risultato trovato. Si è così maggiormente percepita la condizione di attività "sospesa", la quale necessita di altri strumenti per poter essere completata.

I bambini vengono suddivisi in 6 gruppi di 4. La formazione dei gruppi è decisa dalla maestra.
Un bambino del gruppo funge da "registratore" dei vari tentativi e delle proposte emerse.
Vengono consegnate le coppie dei quadrati e il foglio con la consegna.
La consegna viene successivamente letta ad alta voce.
I bambini poi si mettono a lavorare.
I primi tentativi si configurano come ritagli dei quadrati in altri quadrati oppure a strisce rettangolari.
Tutti i gruppi arrivano molto in fretta (circa 10 minuti) alla soluzione.
Alcuni gruppi propongono più di una soluzione. I bambini si divertono e a questo punto si divertono non nel cercare la soluzione, ma nel cercarne altre.

Al termine si hanno tre soluzioni possibili (vedi fig. 1, 2, 3)
Vengono dati quadrati di altre dimensioni. I bambini eseguono in fretta la nuova consegna.
I bambini inoltre arrivano in fretta a capire che si tratta della diagonale del quadrato di partenza.
Si procede con una breve disquisizione sull'origine del problema.
Si affronta la questione della soluzione "più bella" (vedi altre classi).
Non emerge niente di nuovo rispetto a quanto emerso in altre circostanze.
Si pone il problema nei termini dell'acquisto delle mattonelle quadrate che sarebbero disposti ad acquistare.
Si passa al problema del "misurare" ricordando cosa significa misurare.
I bambini non ricordano molto, ma dopo un po', sollecitati anche dalla maestra, ricordano che per misurare serve un'unità di misura.
Si procede con la misura del lato del nuovo quadrato utilizzando il lato del quadrato iniziale.
Iniziano a valutarlo in circa una volta e mezzo.

I: Il "Registratore" riporti se il gruppo ritiene che sia più piccolo, più grande o uguale ad una volta e mezzo e perché.
A questo punto viene chiesta una stima, in termini di decimali, del lato del quadrato.
Viene chiesto di ripetere la misura con i quadrati più grandi (sempre utilizzando come unità di misura il lato del quadrato iniziale).

Successivamente si è passati ai rapporti tra le misure dei lati.
Al termine i bambini sembravano convinti che il rapporto tra diagonale e lato di un quadrato fosse 1,41. A questo punto allora si è fatta la controprova: si è moltiplicato per 1,41 la misura del lato di un quadrato e se ne è calcolata l'area. Si è osservato che l'area ottenuta non era doppia, ma un po' meno.
I: Se pensassimo di costruire un quadrato in quest'aula, qual è il quadrato più grande che posso costruire?
Si discute sul quadrato avente per lato il lato minore dell'aula.
I: Se volessimo costruire il quadrato di area doppia, dobbiamo usare un cartellone grande come l'area, o possiamo fare diversamente?
A: Sì, posso misurare la diagonale?
I: E se volessimo raddoppiare l'area di una piscina quadrata di lato 30 m?
L'attività precedente li ha convinti che il rapporto non dipende dal lato del quadrato.
I bambini arrivano a concludere che basta moltiplicare 30 per 1,41, cioè fare l'operazione inversa rispetto a quella fatta per ottenere 1,41. Il percorso non è stato semplice e non tutti partecipavano.
30x1,41= 42,3
I: E se adesso calcolassimo l'area del quadrato di lato 42,3m cosa otterremmo?
A: 1789,29
I: ma l'area che cercavamo cosa doveva essere?
A: due volte 30x30.
I: Cioè?
Fanno i calcoli.
A: 1800
I: Allora quello trovato non è il lato del quadrato di area doppia. D'altra parte nei rapporti abbiamo trovato anche altri valori. Quale sarà allora quello giusto? E ci sarà?
A questo punto l'ora termina.
I bambini, dopo due ore di lavoro, sono visibilmente stanchi, ma aspettano una risposta.
I: Quello che abbiamo trovato è un valore approssimato. Per sapere se c'è e come è fatto, dovete aspettare quando sarete più grandi. L'importante è che vi ricordiate di questo problema.
Qualcuno protesta: vorrebbe la risposta subito.

Relazione a cura dell'insegnante Caletti Giovanna.

Attività "Menone"

Scuola Elementare G. Marconi - Casalmaggiore

Alunni presenti 23

15 aprile 2005 h: 10.30-12.30

Conduce l'attività il prof. Achille Maffini.

Sono presenti le insegnanti di classe Caletti Giovanna e Chirichiello Lina.

Si formano sei gruppi ad ognuno dei quali viene consegnato un foglietto con scritta la consegna:

<Avete un quadrato bianco e 4 coppie di quadrati colorati. I quadrati sono tutti uguali tra loro. Utilizzando 2 quadrati dello stesso colore,riuscireste a costruire (ritagliando ed incollando sui fogli bianchi i vari pezzi in modo opportuno) un quadrato di area doppia rispetto a quella del quadrato bianco?

Se ritenete di poterlo fare ,ma di aver sbagliato strada, riprovate utilizzando un'altra coppia di quadrati, sempre dello stesso colore.>

Il prof. Maffini chiarisce la consegna mostrando il materiale. All'interno di ogni gruppo viene designato un segretario che ha il compito di registrare i vari tentativi.

Viene suggerita inoltre la possibilità di provare su fogli di brutta prima di utilizzare i cartoncini.

<u>Dai verbali dei ragazzi</u>

Gruppo n°1:
Abbiamo tracciato una diagonale del quadrato e tagliato il quadrato a metà. Facendo la stessa cosa con l'altro quadrato abbiamo unito i 4 triangoli ottenuti. Così facendo abbiamo costruito un quadrato con l'area di due quadratini.
Gruppo n°2:
Primo tentativo: abbiamo fatto tre tagli, abbiamo diviso un quadrato in quattro triangoli e l'altro in due triangoli.

Secondo tentativo: abbiamo fatto due tagli, un quadrato diviso in due parti come l'altro.

Gruppo n°3:
Primo tentativo: abbiamo diviso un quadrato giallo in quattro triangoli isosceli e un parallelogramma e l'altro in tre triangoli isosceli.

Non riusciamo a ricomporre nessuna figura.

Secondo tentativo:abbiamo diviso ogni quadrato arancione in due triangoli isosceli.

Siamo riusciti a ricomporre un quadrato di area doppia

Gruppo n°4:
Primo tentativo: abbiamo diviso un quadrato in quattro rettangoli e li abbiamo messi attorno all'altro quadrato. Tentativo fallito.

Secondo tentativo: abbiamo diviso i due quadrati in quattro triangoli isosceli e li abbiamo incollati con la punta al centro. Tentativo riuscito.

Gruppo n°5 :
Primo tentativo: abbiamo tagliato entrambi i quadrati lungo una delle diagonali e poi metà dell'altra. Con i due triangoli più grandi abbiamo formato un quadrato e su ognuno dei quattro lati abbiamo attaccato i pezzi rimanenti in modo opportuno. Tentativo riuscito.

Secondo tentativo : abbiamo tagliato i due quadrati lungo una diagonale e sistemando in modo opportuno i pezzi abbiamo formato un quadrato di area doppia. Tentativo riuscito.

Gruppo n° 6 :
Abbiamo provato a dividere in due triangoli ogni quadrato, assemblando i 4 triangoli abbiamo ottenuto un quadrato con l'area doppia del quadrato iniziale.

-Il gruppo n° 2 arriva in tempi brevi ad una soluzione esatta, perché risponde ai requisiti richiesti, ma non la più funzionale. Il gruppo viene invitato a riprovare effettuando un numero minore di tagli. Arrivano alla soluzione in tempi brevi.

- Il gruppo n° 1 quasi contemporaneamente al n. 2 giunge alla soluzione esatta con un unico tentativo.

- Solo il gruppo n. 4 nel primo tentativo esegue tagli mantenendo la forma quadrata o rettangolare.

- Il gruppo n°3 tenta di scomporre i quadrati seguendo l'esempio del TAMGRAM.

Il prof. Maffini ha poi consegnato ad ogni gruppo due coppie di quadrati più grandi chiedendo di ripetere l'operazione e di verificare l'applicabilità del procedimento anche con quadrati di dimensioni maggiori.

Dai verbali dei ragazzi:

Gruppo n. 2
Con quadrati più grandi abbiamo fatto lo stesso procedimento del secondo tentativo.

Gruppo n. 3
Abbiamo diviso la coppia di quadrati arancione in 4 triangoli isosceli.

Stesso procedimento eseguito con la coppia di quadrati grigi.

Gruppo n. 6
Anche con i quadrati di dimensioni maggiori facciamo gli stessi tagli, il metodo funziona ugualmente.

Il prof. Maffini fa un'ulteriore consegna:

<Osservate il lato del quadrato che avete ottenuto: quante volte, secondo voi, in esso sarà contenuto quello del quadrato di partenza?(hanno il quadrato a disposizione per confrontare)>.

Dai verbali dei ragazzi:

Gruppo n. 1 :
Il quadrato giallo di area doppia ha il lato del quadrato iniziale più un pezzettino (meno di 1,5).

Gruppo n. 2:
Il lato del quadrato di area doppia misura circa 1,5 volte il lato del quadrato bianco.

Gruppo n. 3:
Il lato misura meno di 1,5 perché la parte di lato che rimane fuori è più grande di quella che rimane dentro .

Gruppo n. 4:
Il lato del quadrato arancione misura meno di 1,5 e anche il lato del quadrato rosa misura meno di 1,5.

Gruppo n. 5:
Il lato del quadrato di partenza sta nel quadrato di area doppia una volta e un po' meno della metà perché il pezzettino che rimane è un po' più piccolo della metà.

Gruppo n. 6:
Il lato del quadrato grande giallo misura meno di 1,5 perché il pezzetto rimanente è meno della metà. Lo stesso viene rilevato anche con il quadrato grande arancione.

Il prof. Maffini chiede poi di misurare i lati dei quadrati ottenuti e le diagonali dei quadrati iniziali con un righello, strumento fornito solo a questo punto del lavoro. I risultati ottenuti sono riportati in tabella.

Lato quadrato iniziale (Li)	**Lato quadrato finale (Lf)**	**Rapporto Lf - Li**
10 cm	14,1 cm	1,41 cm
	14 cm	1,4 cm
	14,2 cm	1,42 cm
	14,2 cm	1,42 cm
	14,1 cm	1,41 cm
	14,1 cm	1,41 cm
12 cm	16,8 cm	1,4 cm
	16,8 cm	1,4 cm
	16,9 cm	1,408 cm

15 cm	21 cm	1,4 cm
	21,1 cm	1,406 cm
	21 cm	1,4 cm
17,5 cm	24,5 cm	1,4 cm
	24,4 cm	1,39 cm
	24,6 cm	1,405 cm

Dai dati riportati in tabella si osserva che per quadrati uguali, i lati dei quadrati di area doppia hanno misure diverse nei vari gruppi. Ciò è dovuto soprattutto ai tagli effettuati e ad errori nella ricomposizione dei quadrati.

Il prof.Maffini, attraverso un'attenta analisi dei dati pone varie domande ai ragazzi .

Fino a che punto si può essere precisi?

C'è una misura che è più precisa di un'altra?

Quante cifre decimali devo considerare?

Cosa si intende per una buona approssimazione ?

Il numero di cifre decimali da considerare è fisso o dipende dalla grandezza dei quadrati di partenza (es. piscina)?

E' necessario costruire il quadrato di area doppia per individuarne il lato?

I ragazzi,opportunamente guidati dal prof.Maffini, riescono a rispondere alle diverse domande, a comprendere il senso dell'attività e a capire il tipo di relazione esistente tra il lato del quadrato finale e la diagonale del quadrato iniziale.

2.4. Attività: Zenone (I Scuola Secondaria di primo grado)

Attività: Zenone.
Classe: I Scuola Secondaria di primo grado – Casalmaggiore
Insegnante: Scaravonati Maria
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore, I1 l'insegnante della classe ed A (o A1) l'alunno (/o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.

Il problema proposto e la consegna:
Achille (noto per la sua velocità) e una Tartaruga (notoriamente lenta) decidono di fare una gara. Poiché A è generoso, concede a T un vantaggio di 20m. Inoltre A è talmente sicuro di sé che decide di andare solo 2 volte più veloce di T (cioè mentre T percorre un metro in un secondo, A ne percorre 2).
Mentre A percorre i 20 m che lo separano da T, quanti metri ha percorso T?
Quanto impiegherà adesso A per raggiungere il nuovo punto occupato da T? E nel frattempo, T quanti metri ha percorso?
Continuando in questo modo, cosa pensi possa succedere? A raggiungerà T?
Se sì, quanti metri avrà percorso? Se no, perché?
Fornisci una rappresentazione (in scala) della situazione, evidenziando con segmenti i tratti percorsi da A e da T

Modalità di lavoro: a gruppi

Mercoledì 9 marzo.
Composizione gruppi: 5 gruppi di 3-4 allievi
I gruppi hanno lavorato da soli per circa 40 minuti; successiva messa in comune e discussione guidata da Achille Maffini (circa 1 h)
Ai gruppi è stata data come consegna semplicemente il testo del problema. É stato anche detto loro che, se poteva servire, potevano utilizzare carta millimetrata, strisce di carta, righelli, ecc.

La fase del lavoro di gruppo.
I gruppi hanno lavorato in modo serio e con la partecipazione di tutti. Per tutti la preoccupazione primaria era quella legata all'impostazione formale della soluzione (per cui le richieste erano relative al fatto che dovessero o meno indicare i dati, stabilire quali erano le richieste e come dare la risposta).
È inoltre stato chiesto loro di scrivere su un foglio protocollo le conclusioni a cui erano arrivati, indicando anche le eventuali discussioni che avevano portato a quel risultato.
I risultati dei singoli gruppi sono stati:

Gruppo 1.
Risponde alle domande nell'ordine con cui sono date nelle consegna, mantenendo un ordine sequenziale. Procedendo in questo modo arrivano alla conclusione che:
"A non raggiungerà mai T perché T è sempre qualche metro più avanti"
Si ritiene opportuno osservare che parlano sempre di metri e non di sottomultipli. Sembra che non percepiscano il continuo rimpicciolirsi della distanza tra A e T, anche se mettono in evidenza che T sarà sempre più avanti rispetto ad A.

Gruppo 2.
È il classico caso di come le risposte possano essere condizionate dalle condizioni della classe.

Ciò che infatti il gruppo chiama I Risposta (scritta dopo aver cancellato "Proposta") è quella che oltre a rispondere alle domande, si conclude con
"Continuando di questo passo pensiamo che A raggiunga T, perché la velocità con cui percorre il tracciato è maggiore di quella di T. Se è così A percorre 40 m"
E' da notare l'ambito ipotetico della risposta. Il gruppo "suppone" delle cose (anche in relazione probabilmente a ciò che ha sentito), ma non riesce a darsi risposte certe.
La II proposta (che è poi la prima che il gruppo ha elaborato) recita:
"In una II proposta abbiamo capito che la tartaruga non supera Achille, perché con un vantaggio di 20 m A non riuscirà a superarla. Nella prima risposta T percorre 25 m. Poi A per raggiungere il nuovo posto occupato da T impiega 2,5 se nel frattempo T percorre 2,5 m. Continuando in questo modo e aiutandoci con una retta siamo arrivati alla conclusione che A non raggiunge T".
A parte alcuni errori "di calcolo" è da osservare come si intravedano dei decimali. Si percepisce l'idea del processo "conseguente" (mentre A si muove, T si muove e…), così come si percepisce l'idea di un conflitto all'interno del gruppo il quale arriva a due risultati contrastanti senza riuscire a conciliarli.

Gruppo 3.
"Continuando in questo modo secondo noi Achille riuscirà a raggiungere la tartaruga e percorrerà in tutto 45 metri e Achille 50 m. Siamo arrivati a questa conclusione seguendo innanzi tutto le domande del problema, dopo di che su una striscia di foglio abbiamo provato a risolvere il problema con una specie di schema. Abbiamo visto che con lo schema il divario tra Achille e la tartaruga diminuisce sempre più. Così facendo siamo arrivati alla conclusione del problema."
A parte l'errore del risultato, significativo è il termine "sempre più" dove si può riscontare da una parte un'idea di infinitesimo in potenza, dall'altra l'idea che se la distanza diventando sempre più piccola arrivi ad annullarsi (nella messa in comune, una componente del gruppo, interpellata per giustificare la risposta, ha detto che se si dimezza sempre la misura di un segmento si arriva a zero. Credo sia una fase importante: la risposta è scorretta sul piano algebrico, ma vi si può anche riscontare l'idea di limite, ad essa facilmente riconducibile, come si vedrà in seguito).
Nello schema di risoluzione che hanno proposto, inoltre, compare alla destra del segmento che hanno disegnato il simbolo ∞. Anche in questo caso, interpellati, l'hanno riferito alla "continuazione" della retta (quindi si può supporre sia un simbolo facente parte del loro linguaggio rappresentativo).

Gruppo 4.
"Abbiamo tenuto conto che T aveva 20 m di vantaggio da A poi ogni secondo che passa T percorre 1 m e A 2m. Così quando T percorre 5 m, A ne percorreva 10.
In questo modo, quando eravamo a 40 m, abbiamo scoperto che A ha superato T (Disegno sopra)".
In questo protocollo è percepibile come il gruppo si sia basato su una delle condizioni dell'impostazione del problema (velocità doppia di A rispetto a quella di T) trascurandone altre (ad esempio, le modalità con cui doveva avvenire il moto). In questo atteggiamento mi sembra si possa riconoscere la tendenza a rendere discreto il moto (oltre a vederli "separati e indipendenti", contrariamente alla formulazione). Visti i risultati, si potrebbe pensare che i dati assegnati (velocità doppia e distanza iniziale di 20 m) potessero costituire un ostacolo al problema, visto che i risultati a cui si poteva arrivare erano "belli" e facili da ottenere. Nella successiva messa in comune, come si vedrà, questo timore si è ridimensionato.

Eliminato:

Gruppo 5.
Risposte analoghe a quelle del gruppo 3.

La messa in comune.

È stato chiesto a ciascun gruppo di illustrare i risultati raggiunti, dicendo in particolare secondo quali gruppi A avrebbe raggiunto T e secondo quali no.
I: Avete provato a vedere di quanto diminuisce la distanza?
A: Dimezza
Vengono riportate le varie distanze (20, 10, 5, 2,5, 1,25, ecc.)
I: Se voi continuate a dimezzare cosa succede?
A: Risulta zero.
I: Ah sì?
Come detto in precedenza, compare l'idea del limite come termine di un processo. Dal "diventa sempre più piccolo" si passa allo zero; dal potenziale ad una forma attuale.
Si fa osservare che se si arrivasse allo zero, moltiplicando per due zero si dovrebbe trovare un numero diverso da zero. Ciò che si vuole evitare è che lo zero possa essere "pensato" come strumento per interrompere il processo e non come limite.
I: Qual è il problema? Avete provato a fare i conti con i numeri per rispondere?
Un allievo dice che se fosse stato dato un problema di III elementare sarebbe stato meglio. Dietro questa frase si potrebbe evidenziare come gli allievi comincino a percepire la difficoltà del problema. Qualche compagno gli ricorda che sono in prima media.
Si fa una riflessione inoltre sulla differenza tra il problema proposto e la situazione reale, chiedendo di riflettere su cosa succederebbe in una corsa reale tra loro e un bambino di III elementare.
Tutti concordano sul fatto che lo raggiungeranno. Questo permette di mettere a fuoco la questione concettuale. Viene invitato qualcuno ad uscire alla lavagna per illustrare quanto disegnato sul foglio. Esce un bambino che fa parte di un gruppo che ha ritenuto che A raggiungesse T. Illustra come hanno proceduto. L'allievo parla di due passi per A ogni passo di T. Si approfitta di questa lettura per fare una riflessione sulla lettura del testo e su come certe condizioni non siano state tenute in debito conto.
Si utilizza il disegno per ripercorre le fasi di risoluzione del problema.
I: Allora, mentre Achille fa 20 m, la tartaruga ne fa…
A: 10 m
I: e mentre A percorre i 10 m, T…
A: .. ne percorre 5
I. Allora questi numeri rappresentano…
A: la distanza che c'è tra la tartaruga e Achille
I: E quindi quello che deve percorrere ancora A per raggiungere dov'è T. Se adesso volessimo sapere quanto spazio ha percorso A cosa dovremmo fare?
A:…..
I: Quando Achille ha raggiunto il secondo punto occupato prima dalla tartaruga, quanto ha percorso in tutto? Cosa dobbiamo fare?
A: Due, per due
Gli alunni confondono l'operatore che fornisce la velocità di A rispetto a quella di T con le conseguenze (dimezzamento) sullo spazio. Poco dopo però capiscono che sommando successivamente le varie distanze percorse, ottengono la distanza complessivamente percorsa da Achille fino ad allora. Si procede quindi nel sommare i valori fino ad allora ottenuti. Durante questo processo (in cui i nuovi addendi via via si dimezzano) interviene un alunno dicendo che "*Non se ne va più fuori*" (una sua compagna in precedenza aveva notato che si sommavano termini via via sempre più piccoli in quanto dimezzati e che in questo modo "*non arriva mai*", riferendosi ad A). In questo commento è riscontrabile la percezione che ci si è incanalati in un processo di cui si percepisce la valenza potenziale (il termine infinito uscirà in seguito).
I: Allora, intanto a che numero si avvicina questa somma?
A: A 40
I: sembra si avvicini a 40 che è il numero a cui qualcuno era arrivato in precedenza.

Segue una fase in cui vengono sommati i valori che sono stati via via trovati. Significativa, in questa parte, il cambio di registro a cui si è pervenuti. Il problema era stato posto come un problema con "traguardo dinamico" (la tartaruga che si muove); ora è diventato un problema con traguardo statico (i 40 metri). L'esistenza di questo traguardo è ancora a livello di congettura, ma permette di rendere il problema forse più semplice per gli allievi. Da un punto di vista tecnico si può osservare come venga modificato il concetto di movimento, riferendolo questa volta solo ad uno dei protagonisti (A); dal punto di vista epistemologico la presenza di un risultato ottenuto "per altra via" con la conseguente necessità di giustificarlo ricorda il metodo di esaustione.

I: Quindi questa somma sembra si avvicini sempre più a 40, ma la tartaruga è sempre un po' più avanti rispetto ad Achille (si cerca di riportare il problema nel binario dei due protagonisti in movimento).
I: Questa differenza però diventa sempre più piccola.
A: Sì, basta che a allunghi un dito e l'ha raggiunta!
Si comincia a questo punto ad indicare le distanze ottenute chiedendo ai bambini se le distanze ottenute sono grandi o piccole.
Distanze dell'ordine dei centimetri sono ritenute piccole e, continuando a chiedere, si pone il problema
I: Quand'è che una distanza non è più piccola?
Ciò che si vuole è che gli allievi indichino dei criteri "dimensionali" (su alcune distanze, non tutti gli allievi sono d'accordo).
I: Come si fa a stabilire se una distanza è grande o piccola?
A: Dipende dalla persona, dalla velocità
I: Forse anche dal tipo di problema: 7 cm sono tanti o pochi?
A: Pochi (rispondono poco convinti)
I: Rispetto a cosa? Se voi dovete fare una porta da mettere all'ingresso dell'aula e vi sbagliate di 30 cm….
A: E' tanto!
I: quand'è che è poco 7 cm e quand'è che è tanto?
A: è poco quando è 0,00000 …. 1
Si comincia ad affacciare l'idea di infinitesimo
A questo punto l'insegnante della classe ricorda agli alunni che pochi giorni prima hanno fatto una lettura sui viaggi di Gulliver in cui si vedeva come le cose per lui fossero grandi o piccole a seconda del contesto in cui era.
I1: Abbiamo così introdotto il concetto di relativo. Sette cm per una persona sono tanti o pochi da percorrere?
A: pochi.
I1: E s fosse una formichina?
Discussione: alla fine si giunge alla conclusione che comunque sono sempre di più che per noi.
I: Quello che sembra è che queste distanze diminuiscono sempre. Il problema che vi pongo è di provare ad andare avanti nel fare le divisioni e provate a decidere dove vi fermereste. Avete detto che i decimali possono "andare all'infinito". Ha senso scrivere una cosa che può "andare all'infinito"? Dove mi fermo nella divisione?
A: Quando arriva a zero.
I: Ma arriva a zero?
Silenzio. Qualcuno comincia a notare la struttura dei decimali che si vengono a formare. Le conclusioni a cui si arriva sono che:
1) I numeri decimali hanno sempre come ultima cifra decimale 5, quindi non saranno mai zero;
2) le cifre decimali aumentano sempre più (qualcuno utilizza il termine infinito, termine che sembra non disturbare i ragazzi), ma i numeri diventano sempre più piccoli.

L'infinito di cui si parla è chiaramente potenziale (interpellati su come mai sono infinite, rispondono appunto che aumentano sempre di più)
3) Da un certo punto in poi compaiono degli zeri per certe cifre decimali che rimarranno sempre tali.
4) Si analizza la natura di queste cifre decimali e ci si accorge che sono coinvolti i sottomultipli del millimetro.
5) Si conclude quindi che si dovranno continuare a sommare dei termini non nulli:
I. Quanti saranno gli spazi che dovremmo sommare.
A: Infiniti.
Ciò che può essere sorprendente è che questa idea di infiniti termini non disturbi la percezione che la loro somma sia finita. Probabilmente la percezione reale che A raggiungerà T e che questa corsa può essere descritta da questa strana somma, induce a vedere nel risultato (atteso) una giustificazione per un aspetto per molti versi non intuitivo.
L'ora termina. Ci si lascia sulla richiesta di pensare a dove ritengono che si possano considerare insieme A e T e perché.

Ci si rincontra lunedì 14 marzo. Il sabato precedente hanno parlato con la loro insegnante dimostrandosi un po' spaesati. Il loro maggiore cruccio è di non aver capito se A raggiungerà o no T. Si propone allora di andare in cortile e, utilizzando una rondella per segnare le misure, simulare una corsa come quella di A e T. All'inizio i due allievi scelti per la gara si comportano enfatizzando l'indicazione sulla velocità: uno fa un passo mentre l'altro ne fa due. Si fa osservare che le indicazioni non erano quelle. Rimodulano quindi il loro moto in modo da percorre i tratti successivi. Vicino ai 40 metri, la differenza tra i due diventa impercettibile e poco significativa per una reale distinzione.
In classe si sono tirate le conclusioni del lavoro. Il criterio di scelta prevalente per stabilire se la distanza fra A e T è significativa si riferisce agli strumenti che hanno per misurare : al di sotto del decimo di millimetro non ritengono più la differenza significativa, per cui ritengono di poter approssimare a 40 m la distanza percorsa da A (hanno già svolto attività su concetti quali approssimazione e arrotondamento). Si vorrebbe far notare che anche il decimale a cui ci si ferma può essere ritenuto un'approssimazione di 40, ma si preferisce aspettare di dire eventualmente questa cosa nell'attività successiva della Ferrari (come in effetti è accaduto).
Un allievo parla di 40 come limitazione per la somma delle distanze percorse da Achille. La loro insegnante sottolinea quanto detto parlando di "limite". Presumibilmente su questa cosa non c'è stata troppa "coscienza collettiva", per cui si è preferito non insistere ulteriormente.
Importante il concetto emerso di "da un certo punto in poi". Come consegna da fare a casa si è detto loro di costruire una tabella in cui in una colonna fosse segnata la distanza percorsa da Achille nell'ultimo tratto e nell'altra la somma complessiva delle distanze percorse. La consegna è quella di stabilire quando secondo loro si poteva dire che A aveva "praticamente" raggiunto T e perché.
L'acquisizione di una certa dimestichezza con la problematica proposta si è riscontrata nell'attività successiva relativa al problema della Ferrari.

Conclusione
Alcuni aspetti "tecnici". I valori numerici proposti nei problemi andavano anch'essi "testati". La velocità doppia e la distanza di 20 metri si sono rivelati "buoni" dati: dividendo sempre per due, infatti, si percepisce l'aumento dei decimali in relazione ad una facilmente riconoscibile caratteristica comune. Inoltre dividere per due è relativamente "facile" e non richiede introduzione di approssimazioni sui risultati. Il fatto che la distanza percorsa da A prima di raggiungere T sia un numero intero facilmente individuabile ha costituito una possibilità per "vedere" il problema in modo diverso, rendendolo anche forse più semplice per il grado scolare a cui è stato proposto.

Si è avuta inoltre la percezione che l'attività abbia fornito la giusta "misura" di dubbi e certezze, espresse come modalità di lavoro. In particolare sembra sia risultato chiaro che c'erano delle cose "ancora in sospeso" e che avrebbero richiesto altri strumenti per definire.

2.5. Attività: Ferrari (I Scuola Secondaria di primo grado)

Attività: Ferrari.
Classe: I Scuola Secondaria di primo grado – Casalmaggiore
Insegnante: Scaravonati Maria
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore, I1 l'insegnante della classe ed A (o A1) l'alunno (o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.

Il problema proposto e la consegna:
Siamo nell'anno 2000 e Cirillo eredita 50000 Euro Da tempo desidera acquistare una Ferrari che costa 100000 euro; pertanto decide di mettere da parte questa somma per l'acquisto dell'auto dei suoi sogni e di aggiungervi 25000 Euro l'anno successivo, 12500 nel 2002 e così di seguito. Egli aggiungerà ogni anno la metà della somma messa da parte l'anno precedente. Riuscirà Cirillo ad acquistare la Ferrari? E dopo quanti anni?

Modalità di lavoro: a coppie (11).

Lunedì 14 marzo (2 ore)
Gli allievi hanno lavorato da soli per circa 30 minuti; successiva messa in comune e discussione guidata da Achille Maffini (circa 1 h)
Agli allievi è stata data come consegna semplicemente il testo del problema.

Il lavoro a coppie si è svolto su un piano quasi essenzialmente operativo: gli alunni hanno cominciato a suddividere la cifra precedente e sommarla a quanto già accantonato.
Una diversa modalità seguita da una coppia è stata quella di sottrarre dalla cifra complessiva quanto già accantonato per vedere quanto mancava (in pratica veniva tolta sempre la metà di quanto era rimasto).
Nel primo tipo di approccio, seguito dai più, l'ambito di riferimento è quello della serie geometrica, mentre per il secondo quello della progressione geometrica[19]. Gli ostacoli presenti nel primo tipo di approccio sono dunque maggiori, ma gli allievi hanno presto riconosciuto nel tipo di problema la stessa modalità del problema di Achille e la Tartaruga, avendo portato, come visto, la discussione a far emergere un "traguardo fisso" rispetto ad un contesto dinamico. In ogni caso è significativo sottolineare come l'idea di sommare "infiniti" termini non crei ostacolo al ritenere che il risultato sia finito. Ciò che invece disturba, come si è visto e come vedremo, è l'idea di processo infinito.
Gli allievi hanno lavorato all'inizio sui numeri coinvolti (50000, 25000, ecc.) senza preoccuparsi del loro significato (il fatto che si trattasse di euro e che fossero dell'ordine delle migliaia). Questo ha comportato una lettura acritica (inizialmente) dei risultati ottenuti quando sono comparsi i decimali, oltre che una lettura acritica quando, in presenza di calcoli sbagliati, sembrava che la somma accantonata potesse superare i 100 000 euro richiesti.
Sulla prima questione i dubbi e le relative scelte sono emerse già nella fase del lavoro di coppia.
A: Ma prof. (rivolta alla loro insegnante) quanti decimali dobbiamo tenere?

---

[19] Una progressione geometrica è una funzione da N ad R tale che il rapporto tra un termine e il precedente (cioè tra l'immagine di n+1 e l'immagine di n) sia costante. Tale costante (non nulla) è detta ragione della progressione geometrica. Ad esempio, 1, 2, 4, 8, … , 2^n , ….individuano una progressione geometrica di ragione 2. Nel problema di Cirillo, la successione delle cifre risparmiate individua una progressione geometrica di ragione ½ e primo termine 50000.
Una serie è una successione associata ad una successione i cui termini sono ottenuti associando ad ogni numero naturale n la somma dei primi n termini della successione a cui si riferisce. Nell'esempio precedente, la serie associata è individuata da 1, 3, 7, 15, ….. Nel problema di Cirillo, la serie è individuata dalla somma complessivamente accantonata da Cirillo anno per anno.

I1: Quanti sono i decimali degli euro?
A: Due.
I1: Quindi?
A: dovremo tenerne due
A1: Sì ma per una cifra così non si possono tenere solo gli euro?
I1: Voi cosa pensate? Decidete voi.
A: Ma allora come dobbiamo fare se vogliamo avere due decimali? (rivolto a I)
Il problema che pone l'allievo è relativo alle modalità che hanno incontrato di arrotondamento e approssimazione. Si fa quindi notare che se anche la terza cifra decimale fosse superiore al 5, Cirillo non avrebbe il centesimo di euro intero, per cui l'invito è a valutare se approssimare per difetto.
Questa fase è stata particolarmente utile, in quanto ha permesso di mettere a fuoco alcuni aspetti importanti che hanno poi aperto la discussione nella messa in comune:
1) pur riconoscendo una forte analogia col il problema AT ("*sono uguali*", ha detto qualcuno; qualcun altro, invece, ha detto che "è *la solita menata*": l'espressione può risultare poco elegante, ma esprime efficacemente il riconoscimento di una struttura comune ai problemi), si sono accorti che i numeri coinvolti erano diversi. In particolare i decimali non potevano essere infiniti. Questo stabiliva un "valore minimo" di approssimazione individuabile nel centesimo di euro.
2) La natura degli enti numerici coinvolti, quindi, condizionava la risposta.
3) Venivano introdotti gradi di soggettività in relazione alle approssimazioni ritenute significative per il contesto.

Nella prima fase della messa in discussione si sono raccolti i risultati proposti dagli alunni.
4 coppie sostengono che Cirillo non arriverà mai ad acquistare la Ferrari (in analogia con AT); non sono state fatte forme di approssimazione.
7 copie forniscono degli anni in cui ciò avviene secondo i loro calcoli (alcuni di questi sono soggetti ad errori). Si va da un minino del 2015 ad un massimo del 2027.
Di queste ultime 7 coppie, 2 non hanno approssimato i centesimi, mentre le altre 5 hanno approssimato o ai centesimi o agli euro; di queste ultime, solo due per eccesso.
Alcune motivazioni poste dagli allievi:
"*Ho tenuto i millesimi, però diventava lungo* (inteso il processo) *e poi non esistono… Quindi li ho tolti per difetto*"
"*Ho usato tutte le cifre decimali solo fino ai centesimi*" (qualcuno ha arrotondato, altri hanno approssimato)
"*Fino al 2015 ho tenuto tutte le cifre decimali, poi ho tolto le cifre dopo i centesimi*"
Nelle affermazioni degli allievi si nota come, dopo un primo approccio numerico, ci sia stata la tendenza a riportare il problema in un ambito semantico. In particolare si può osservare come di fronte alla necessità di interrompere il numero dei decimali (problema che si era posto in modo molto più relativo con AT) ci siano stati due aspetti: uno oggettivo (la riduzione a massimo due cifre decimali in relazione alla natura dei numeri coinvolti) ed uno soggettivo (il tipo di approssimazione/arrotondamento utilizzato).

Successivamente è stato scritto alla lavagna il risultato di un allievo che aveva scelto il modello additivo e aveva approssimato i numeri alla seconda cifra decimale. Il prospetto che ne è uscito è stato il seguente:

ANNO	CIFRA RISP	Totale Risp
2000	50000	50000
2001	25000	75000
2002	12500	87500
2003	6250	93750
2004	3125	96875
2005	1562,5	98437,5
2006	781,25	99218,75

2007	390,62	99609,37
2008	195,31	99804,68
2009	97,65	99902,33
2010	48,2	99950,53
2011	24,1	99974,63
2012	12,05	99986,68
2013	6,02	99992,7
2014	3,01	99995,71
2015	1,5	99997,21
2016	0,75	99997,96
2017	0,37	99998,33
2018	0,18	99998,51
2019	0,09	99998,6
2020	0,04	99998,64
2021	0,02	99998,66
2022	0,01	99998,67

Questo modello di accantonamento ha fatto notare che in questo modo Cirillo non avrebbe mai acquistato la Ferrari perché nel 2023 non avrebbe potuto fare la metà di 1 centesimo di euro (che in questo tipo di modello diventa l'analogo di un infinitesimo).
A questo punto un allievo ha proposto di approssimare per eccesso al centesimo successivo (metodo da lui seguito nella fase precedente). Si è quindi reimpostata la tabella, lasciando agli allievi il compito di terminarla a casa (da un colloquio successivo con l'insegnante, è emerso come diversi bambini abbiano poi rifatto effettivamente i conti a casa, in alcuni casi aiutati da un genitore).
La tabella completa è:

ANNO	CIFRA RISP	Totale Risp
2000	50000	50000
2001	25000	75000
2002	12500	87500
2003	6250	93750
2004	3125	96875
2005	1562,5	98437,5
2006	781,25	99218,75
2007	390,63	99609,38
2008	195,32	99804,7
2009	97,66	99902,36
2010	48,83	99951,19
2011	24,42	99975,61
2012	12,21	99987,82
2013	6,11	99993,93
2014	3,06	99996,99
2015	1,53	99998,52
2016	0,77	99999,29
2017	0,39	99999,68
2018	0,2	99999,88
2019	0,1	99999,98
2020	0,05	100000,03

In questo modo quindi dopo 20 anni Cirillo acquisterebbe la Ferrari..
In questa fase, quasi naturalmente, è subentrata la variabile "tempo" e sono state introdotte dagli allievi alcune variabili di contesto già viste alle elementari. In pratica, mentre nella fase operativa gli allievi hanno guardato al problema in termini locali (la preoccupazione era sul processo e sulle modalità affinché questo prima o poi finisse) in presenza della tabella l'attenzione si è spostata al globale, cioè ad una riflessione sul risultato del processo.
A questo punto si possono fare interessanti considerazioni anche sul ruolo della tabella in relazione di ciò che rappresenta in termini di funzione. Infatti sono rappresentate due funzioni aventi come

dominio la colonna di sinistra: la progressione geometrica di ragione ½ e primo termine 50000 e la serie ad essa associata. Il tipo di attività proposta ha quindi favorito il passaggio dalla funzione come processo alla funzione come oggetto, di cui il grafico (visualizzato dalla tabella) diventa una forma di rappresentazione adeguata alle capacità di lettura degli alunni.
La tabella ha permesso quindi una visione d'insieme del problema in cui le modalità operative decontestualizzate lasciano il posto ad aspetti specifici legati soprattutto al contesto temporale.
Come detto in precedenza, le risposte relative al contesto sono state molto simili a quelle proposte dai bambini delle elementari.
Ciò che ha indotto gli allievi a formulare delle ipotesi alternative è stata la presa di coscienza di quanti anni erano comunque necessari per acquistare la Ferrari (anche con le modalità con cui questo risulti possibile). Le proposte:
"Cirillo modifica il suo piano (quando gli manca poco, rinuncia a qualcos'altro e lo aggiunge)"
Si fa notare che Cirillo è rigido, per cui questa possibilità viene esclusa.
"L'auto nel frattempo potrebbe aumentare di prezzo"
"No, il prezzo diminuisce, perché escono altri modelli nuovi"
"Cirillo potrebbe anche morire"
"O essere interessato ad un'altra auto"
"Il concessionario potrebbe fare uno sconto"
Le variabili si stanno moltiplicando e quindi la questione rischia di sfuggire di mano.
I: Tutte le cose che avete detto si possono realizzare, ma noi non lo sappiamo. Abbiamo detto che Cirillo è rigido e non cambia la sua idea. Se voi foste il proprietario della concessionaria, e vi accorgeste anche voi che Cirillo così facendo non acquisterebbe l'auto o l'acquisterebbe dopo molti anni, che sconto sareste disposti a fargli?
Cominciano ad essere fatte delle proposte. Si chiede se 5000 euro sono uno sconto che farebbero. Tutti rispondono no. E 2000? No. E 1000? No. E 500? No, la maggior parte, ma qualcuno esita. E 100? Aumenta il numero dei sì; circa metà classe. Una bambina, guardando la prima tabella, nota che
A: Cirillo ci mette molto per raccogliere gli ultimi cento euro. Anziché aspettare così tanto al rivenditore conviene fare 100 euro di sconto.
L'osservazione è interessante: l'attenzione si sposta sulla "coda" in cui si osserva che per piccoli incrementi serve molto tempo, non significativo rispetto alla cifra coinvolta. In pratica viene notata una incongruenza tra il tempo e l'opportunità dell'attesa. Questo è come dire che anche per differenze minime, il tempo necessario per "colmarle" è molto di più del tempo necessario per accumulare la prima (e più consistente) parte.
Quello che è interessante, in questa fase (in cui tutti si convincono della necessità di uno sconto per accorciare i tempi), è stabilire l'entità dello sconto. Per qualcuno 100 euro sono troppi e propongono di aspettare un anno in più per scontarne solo 50 (circa). La classe si divide a metà tra chi è disposto a ricevere 100 euro in meno e chi 50 in meno. Parlando di variabili di contesto si può osservare come 100 e 50 euro siano cifre "alte" per i bambini; essi infatti tendono a vederle come "assolute" e non relative al contesto.
Tecnicamente è quindi stata fissata una cifra a cui si è disposti a rinunciare e si è ricavato l'anno entro il quale sarà possibile vendere la Ferrari. Lo scopo era quello di favorire negli allievi la lettura della tabella in termini di limite (dalla variabile dipendente alla variabile indipendente). Come rinforzo, si propongono altri possibili sconti, chiedendo agli allievi quale data occorrerà aspettare. Le risposte arrivano immediate e sicure.
Come consegna ulteriore (da fare a casa) si chiede agli allievi di stabilire quale sconto sono disposti a concedere.
Il tempo sta per finire, ma rimangono alcuni minuti per puntualizzare alcune cose (malgrado i ragazzi siano visibilmente stanchi: hanno lavorato per tre ore).
Vengono sintetizzate differenze e analogie rispetto al problema AT; ma soprattutto si cerca di dare un senso ai risultati ottenuti:

I: Allora, abbiamo stabilito che al rivenditore può essere conveniente fare uno sconto a Cirillo. Secondo voi cosa rappresenta il prezzo scontato rispetto al prezzo precedente?
La domanda non è semplice. Gli allievi rispondono distratti e poco convinti. Si insiste*:*
I: E' il prezzo dell'auto?
A: No
I: C'è molta differenza?
A: Secondo me no.
I: Se un numero non è molto diverso da un altro, ma "è come se facesse le stesse cose" (ricordate che con la cifra scontata Cirillo acquista l'auto) cosa potrebbe esserne?
Qualcuno azzarda
A: Un'approssimazione?
La prospettiva di vedere non 100000 come una approssimazione di 99900, ma il contrario non è ovviamente banale. E' difficile stabilire quanti siano convinti di ciò, compreso l'alunno che ha fatto la proposta.

L'attività si è posta come rinforzo dell'attività di AT. Forti probabilmente di una modello di ragionamento già acquisito, gli allievi si sono così concentrati su altri aspetti, facendo emergere alcuni termini o alcune problematiche tipiche del concetto di limite.
I dubbi e lo stato di smarrimento evidenziato nell'attività At sembrano essere notevolmente ridimensionati.

2.6. Attività: Menone (II Scuola Secondaria di primo grado)

Attività: Menone.
Classe: II Scuola Secondaria di primo grado – Casalmaggiore
Insegnante: Lombardelli Doriana
Sperimentatore: Maffini Achille
NB. Nei dialoghi riportati, I indica lo sperimentatore ed A (o A1) l'alunno (/o gli alunni) che è intervenuto sulla questione.

Il problema dell'individuazione di un quadrato di area doppia viene proposto utilizzando come canovaccio il brano platonico del Menone. Tale brano è però non noto alla classe.

Modalità di lavoro: a classe intera.

Viene posto il problema di stabilire quale deve essere la misura del lato di un quadrato avente area doppia rispetto a quella di un quadrato assegnato di lato 2 unità.
I: Ricordatevi che vi ho chiesto la misura del lato. Che cos'è la misura?
A: un numero.
I: Allora come procedereste?
In questa fase vengono fornite le risposte canoniche: il doppio del lato, il lato di misura 3, quadrati giustapposti per ottenere un rettangolo.
Tutto questo avviene in modo ordinato, con interventi da parte di diversi alunni. Qualcuno lavora per conto proprio.
Ciascun alunno riporta i suoi tentativi sul proprio quaderno, ma anche i tentativi che vengono fatti insieme.
In questo modo si perviene a costruire le successioni approssimanti la misura del lato cercato.
Nella costruzione di tale successione qualcuno suggerisce valori con decimali susseguenti (ad esempio dopo 2,5 qualcuno propone di provare 2,6, ecc.)
I: Ma come possiamo scegliere i numeri da utilizzare? Andiamo a caso? Pensiamo ad un metodo. Abbiamo provato 2,5 perché era tra 2 e 3. Adesso cosa provereste?
Silenzio o tentativi casuali.
I: Immaginate di fare questo gioco; un vostro compagno pensa un numero tra 1 e 1000 e voi lo dovete indovinare per tentativi. Lui vi dirà solo se il numero che avete detto è maggiore o minore di quello che ha pensato. Che strategia usereste per indovinarlo nel minor numero di tentativi possibili?
Dopo qualche tentativo e un po' di discussione, si fa notare che dicendo "500" come primo tentativo si escludono la metà dei numeri.
A: Allora dopo proviamo ancora con la metà.
Viene quindi individuato il metodo di bisezione (individuazione del valore medio tra gli estremi di un intervallo che contiene il valore cercato) come modalità di ricerca della soluzione o di una sua approssimazione.
Gli alunni partecipano al calcolo e la successione viene costruita in modo corretto, considerando sempre la media tra i due valori più prossimi i cui quadrati approssimano per difetto e per eccesso il valore 8.
I valori trovati vengono collocati, per quanto possibile, sulla "retta dei numeri" che nel frattempo si è disegnata a partire da uno dei lati del quadrato.
Un'alunna, per proprio conto, con la calcolatrice calcola la radice quadrata di 8. Ritiene di essere arrivata alla soluzione e su richiesta dell'insegnante Lombardelli è invitata a dirla.
I: Hai provato a fare il quadrato del valore che hai trovato?
A: No.

I: Prova. Cosa ottieni?
Il valore è minore di 8. L'intervento è comunque un ottimo motivo per far vedere che anche la calcolatrice non fornisce una risposta corretta.
Si continua con la successione. I decimali sembrano non finire e ai ragazzi non sembra neppure di individuare un periodo nella successione dei decimali.
I: Quelli che abbiamo trovato fino ad ora sono valori approssimati della misura che cerchiamo.
Ma siamo sicuri che il quadrato esiste? E come sarà il suo lato?

Il problema è stato spostato all'ambito geometrico. Va premesso che la classe stava affrontando i quadrilateri in geometria, soprattutto dal punto di vista del calcolo delle aree.
Nella fase successiva si individua nella diagonale del quadrato il lato richiesto.
L'insegnante della classe ha fatto notare che questo cambio di richiesta ha disorientato una parte della classe, ma nel contempo è servita a ripristinare un buon livello di attenzione. I motivi possono essere diversi: dal non comprendere la richiesta, in quanto data per scontata, al non comprendere il cambio di registro. Dalle loro relazioni si coglie questo momento, ma anche la conferma che da parte di qualcuno il problema è stato compreso.

I: Con questa costruzione siamo quindi riusciti a trovare il lato. Però vi ricordo che noi cerchiamo la misura. Cosa potremmo fare allora? Vi ricordo che la misura andava fatta utilizzando rispetto al lato del quadrato. Proviamo a disegnare tutti un quadrato di lato 1 dm (in precedenza tutti avevano quadrati diversi, dove l'unità era cioè arbitraria). Quanto misura la diagonale?
Viene eseguito il disegno.
I: Adesso sarà più facile trovare la misura o no? Se doveste misurare un segmento quali strumenti usereste?
A: Il righello.
I: Sul vostro righello quali unità sono segnate?
A: I centimetri e i millimetri.
I: Secondo voi in base ai decimali che abbiamo trovato prima, basteranno quelli del vostro righello? Il righello sarà sufficiente per trovare la misura della diagonale?
A: No.
I: Allora anche il righello fornisce dei valori approssimati delle misure. Qui invece ci siamo accorti che dobbiamo andare molto oltre i millimetri. Il fatto quindi di avere trovato il lato non ci garantisce la possibilità di trovare il numero che esprime la misura. Posiamo però trasportare col compasso il segmento sulla retta dei numeri. Abbiamo trovato col compasso il punto sulla retta. Vorremmo che a questo punto fosse collegato a che cosa?
A: Vorremmo ci fosse un numero.
I: Fino ad ora abbiamo trovato questo numero?
A: No.
I: Ma allora il problema è: questo numero esiste?e quindi vale la pena andare avanti col nostro metodo oppure con questo metodo non riusciremo a trovarlo? Questo cosa significherebbe?
A: Che il metodo non funziona.
A1: Oppure che non si trova così.
A2: Oppure che non c'è.
I: Ma a voi piacerebbe che questo numero ci fosse o non ci fosse?
A: che ci fosse!
I: Ma perché?
A: Perché così abbiamo lavorato per qualcosa per queste due ore.
I: Va bene, hai ragione. Ma a parte questo, perché sarebbe meglio che ci fosse?
A: Per soddisfazione.
I: Vediamo se riusciamo a dare qualche risposta "matematica". Ammettiamo per un attimo che non ci sia. Cosa succederebbe?

A: Ci sarebbe un buco nella retta dei numeri.
I: Quindi se non ci fosse, non riusciremmo a trovare…..
A: ….. la misura del lato.
I: quindi ci sarebbe un segmento di cui non riusciremmo a trovare la misura. Abbiamo infatti visto che quello che abbiamo trovato col righello o con la calcolatrice sarebbe approssimato. Quindi sarebbe meglio ci fosse, ma questo non risolve il problema se effettivamente c'è e, se c'è, che numero sia. Ritornando ai numeri che abbiamo trovato in precedenza, come li chiamereste?
A: Numeri razionali.
I: E come sono fatti?
A: sono numeri decimali.
I: Come?
A: Finiti o periodici.
A questo punto segue la dimostrazione del fatto che non esistono numeri razionali il cui quadrato sia 2. Diversi di loro tendono a perdersi; pochi seguono. La conclusione però è che quel numero, se c'è, deve fare parte dell'unica tipologia di numeri che i numeri razionali lasciano "scoperti": i numeri decimali illimitati non periodici.

A conclusione, vale la pena riportare quanto scrive un'alunna nella sua relazione, a testimonianza dell'importanza del percorso formativo al di là degli aspetti contenutistici specifici:
Al primo impatto ci è sembrato un problema banale, ma dopo le prime risposte ci siamo accorti che non era così…… E' stata un'esperienza positiva anche se molto complicata e mi ha aiutato a rendermi conto che non bisogna mai sottovalutare i problemi prima di averli studiati e averci ragionato un po'.