

Achille Maffini – Liceo Scientifico G.Ulivi

*Riflessioni sulla didattica della matematica:
modelli didattici e difficoltà
nell'apprendimento-**insegnamento**
della matematica*

Il curriculum di matematica

- Su cosa si fonda un curriculum di matematica?
- Quali sono le scelte (implicite ed esplicite) alla base di un curriculum?
- Individuazione concetti cardine e loro connessione
- Individuazione ed analisi di alcuni nuclei fondanti alla base del curriculum (scheletro curricolare)

I modelli didattici di riferimento

- I modelli didattici e le concezioni sottostanti:
 - Comportamentismo: la didattica addestrativa
 - Trasmissivismo: la didattica per obiettivi
 - Costruttivismo: la didattica per problemi

Le difficoltà e gli obiettivi di una scelta didattica

- Le scelte didattico-metodologiche come scelte consapevoli?
- Quale ruolo gioca l'idea di “scelta” nella percezione della matematica?
- Matematica relazionale o matematica strumentale?
- Facciamo alcuni esempi

Problemi di senso e di significato

- Consegna:
 - A cosa attribuisce, nella sua pratica didattica, un' espressione del tipo “non ha senso”?
 - A cosa attribuisce, nella sua pratica didattica, un' espressione del tipo “perde di significato”?
 - Chi dà senso o significato agli oggetti o ai processi matematici?

Entriamo nel merito (1): senso e significato

- Perdite di senso e perdite di significato
- Chi “dà significato”?
- [Esempi](#)
- Significato ed equazioni

I concetti matematici

- Cos'è un concetto matematico?
- Analisi programmazione: la conoscenza dei concetti
- Da cosa dipende un concetto?
- Il “concetto” è un concetto assoluto?
- Quali concetti apprendono gli studenti?
- Che relazione c'è con “il concetto” dell'insegnante?

Il ruolo dell'epistemologia

- Epistemologie (implicite ed esplicite):
 - dell' argomento
 - dell' insegnante
- Gli ostacoli epistemologici e la loro influenza sull' approccio dell' insegnante alla disciplina
- L' epistemologia dell' insegnante come epistemologia (spesso) implicita.
- Epistemologia dell' insegnante e curriculum

Di nuovo concetti

- Un concetto è una definizione?
- Quale relazione tra concetto e definizione?
- Il linguaggio alla base della strutturazione matematica:
 - quale legame tra linguaggio naturale, linguaggio formale e concetti?
 - gli aspetti linguistici (morfologia, sintassi, semantica) nella gestione dei concetti matematici: esercizi di stile o gestione strutturale dei concetti?
- Dal processo all' oggetto matematico; esempi
- Semiotica e noetica: il ruolo dei registri.

Entriamo nel merito (2)

- Nella programmazione di pressoché tutti gli ordini scolastici, tra i concetti di cui è richiesta la conoscenza (tra parentesi, quelli relativi solo alla scuola secondaria) compaiono, ad esempio, i termini
 - Numeri ed insiemi numerici
 - Operazione
 - Espressione; (monomi polinomi)
 - Relazione (Funzione)
 - (Equazioni (disequazioni) e sistemi)

Entriamo nel merito (3)

- Partiamo dall'analisi di tre (quattro) concetti usuali
 - Relazione
 - Espressione
 - Operazione
 - (Equazione e problemi)

Consegna operativa

- Sulla base della propria esperienza e della propria attività didattica, indica:
 - Quale definizione è proposta dei concetti precedenti.
 - Su quali basi è fatta questa scelta (se è frutto di una scelta).
 - Perché questo concetto lo ritieni importante e qual è il suo ruolo nella formazione (matematica, ma non solo) di uno studente (fornisci una descrizione sintetica).
 - Cosa è richiesto agli studenti (o come avviene la verifica) per valutare se hanno capito o fatto propri tali concetti.
 - Quali difficoltà sono state evidenziate nell'acquisizione del concetto.
 - Quali strumenti vengono utilizzati per far acquisire tale concetto

Un esempio di analisi: espressioni ed equazioni

- Cos' è una espressione?
- Come è presentata dai testi?
- Che ruolo riveste il simbolo "=" nella semplificazione di un' espressione?
- Su quali piani linguistici ci si sta muovendo e come sono gestiti?
- Che cos' è una equazione?
- Come è presentata dai testi?
- Che ruolo riveste il simbolo "="?
- Su quali piani linguistici ci si sta muovendo e come sono gestiti?
- [Equazioni e problemi](#)

Il concetto di operatore e di operazione e i relativi aspetti terminologici

- Cosa si intende per operazione e per operatore?
- Come evolve il concetto nei vari ordini scolastici?
- Quale congruenza (o incongruenza) tra il concetto intuitivo e la sua formalizzazione?
- Quali gli ambiti concettuali sottostanti questi aspetti?

Il concetto di operatore...

▣ Definizioni proposte:

- ▣ **Infanzia**: È l'azione
- ▣ **Primaria I ciclo**: è l'elemento che modifica, quindi l'azione (*notare l'uso del termine AZIONE*) che genera l'operazione (il fare) che modifica la qualità/quantità.
- ▣ **Primaria II ciclo-Secondaria primo grado**: Il termine viene utilizzato a proposito delle frazioni (generalmente non si parla di operatore additivo, moltiplicativo) per indicare la trasformazione di un elemento in un certo risultato.

... e di operazione

- ▣ **Infanzia:** è il prima e il dopo dell' operatore comprendendo il risultato finale
- ▣ **Primaria I ciclo:** la situazione iniziale+operatore (o modificante) +risultato finale diverso dai dati iniziali di partenza
- ▣ **Primaria II ciclo-Secondaria primo grado:** La definizione evolve: inizialmente si intende una trasformazione che partendo da due elementi, es. acqua+caffè macinato, vengono trasformati in caffè e la machina del caffè, responsabile dell' operazione, è l' operatore. Successivamente si parla delle 4 operazioni aritmetiche: presa una coppia ordinata di numeri si ottiene un terzo numero. Le operazioni di sottrazione e divisione non sono sempre possibili in \mathbb{N} . Successivamente, con l' ampliamento degli insiemi, in \mathbb{Z} è sempre possibile anche la sottrazione e in \mathbb{Q} la divisione.
- ▣ Un esempio di analisi dei concetti sottointesi: l' esempio della divisione.

Incongruenze terminologiche o concettuali?

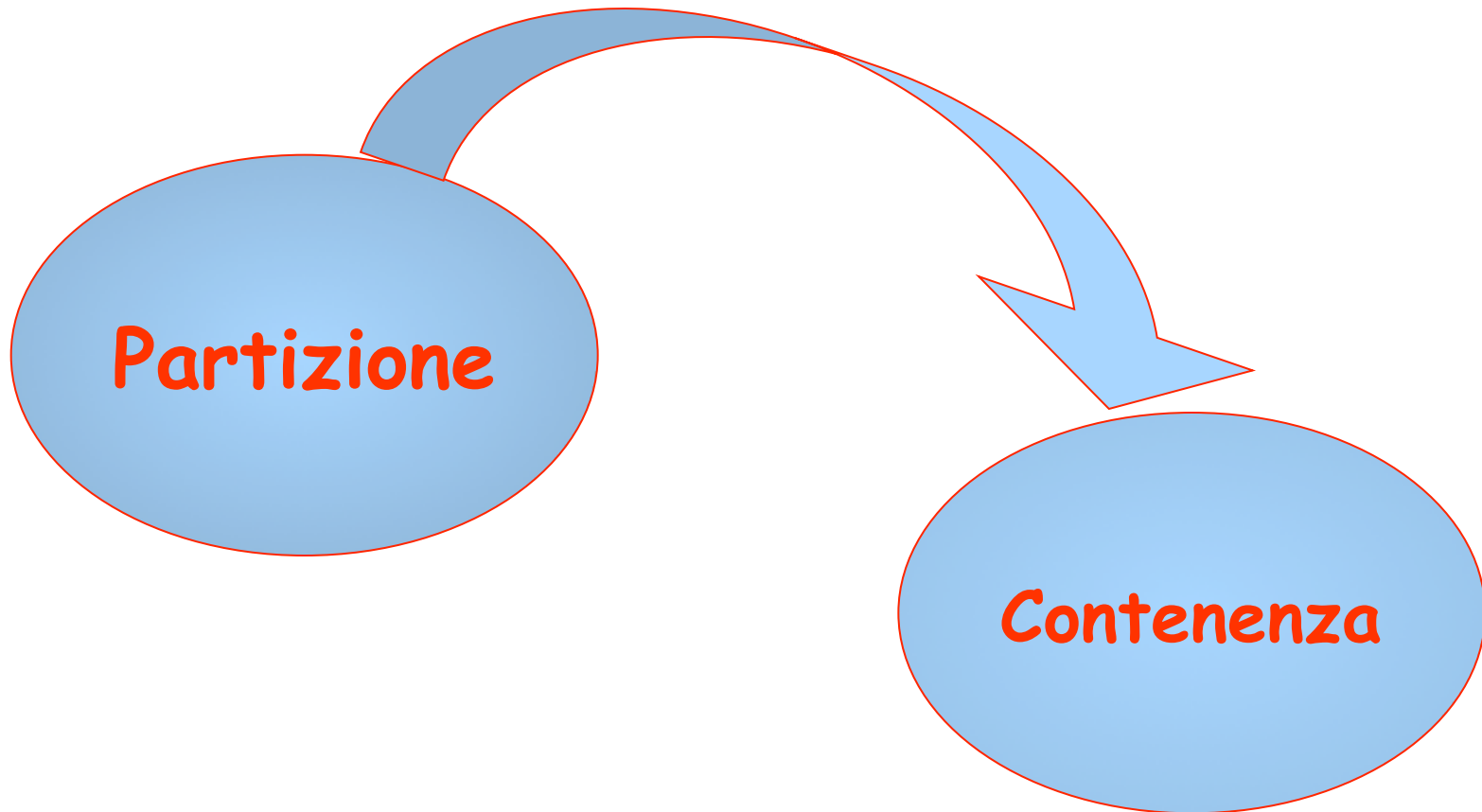
- ▣ $2+1/3$ cosa indica?
- ▣ In quale insieme è fatta l' addizione?
- ▣ Che tipo di addizione è?
- ▣ Strutturalmente: “2 interi più $1/3$ di un intero” fa intendere 2 e $1/3$ come operatori.
- ▣ Vale la pena indicare con una lettera (ad esempio a) la “quantità” relativa all' intero cui ci si riferisce?
- ▣ → Introduzione al linguaggio (e al calcolo) algebrico.

Particolari espressioni: monomi e polinomi

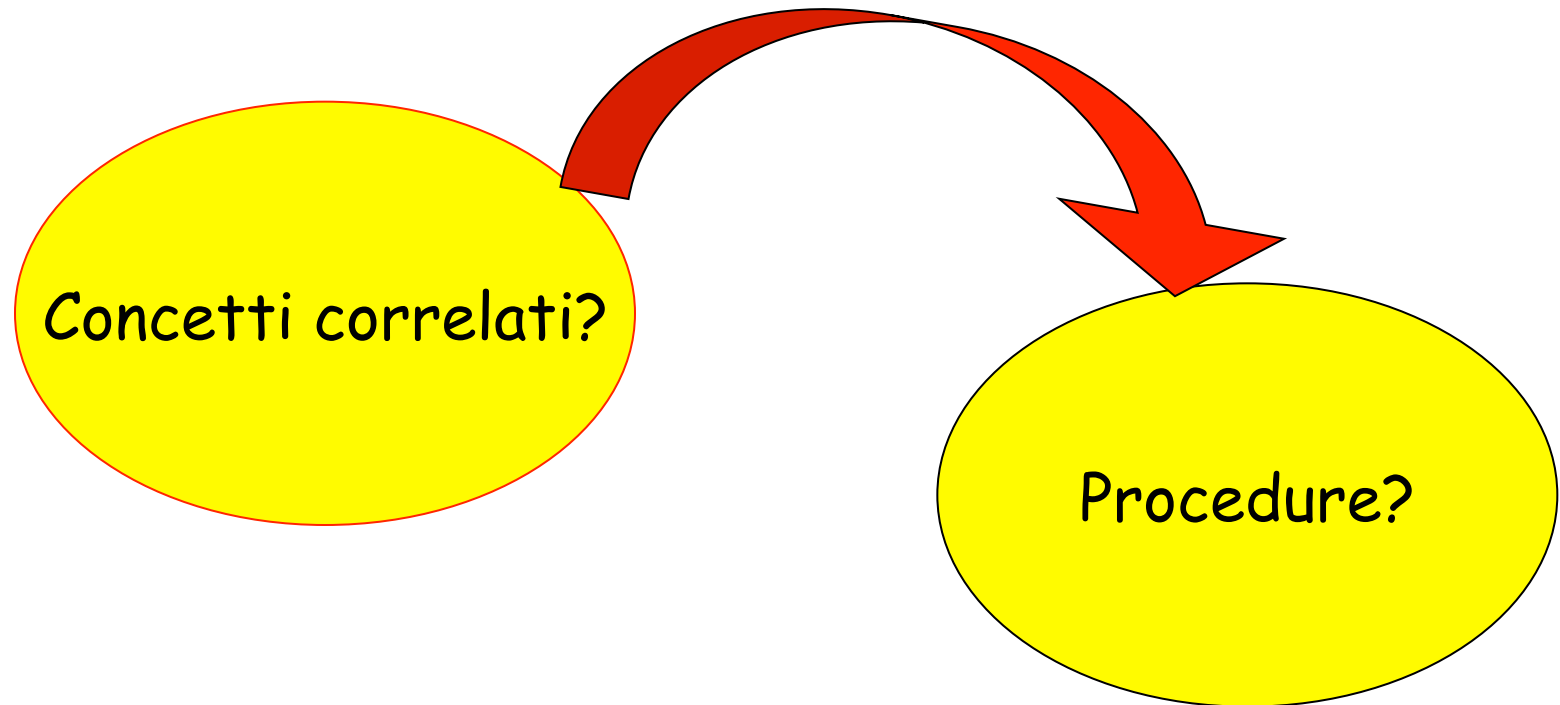
- Definizioni e ... incongruenze.
- Dal processo all' oggetto e la perdita del senso: gli errori tipici
- Il ruolo svolto dal concetto di funzione.
- Gli oggetti algebrici e la loro gestione: la sintassi diventa protagonista.

GRAZIE

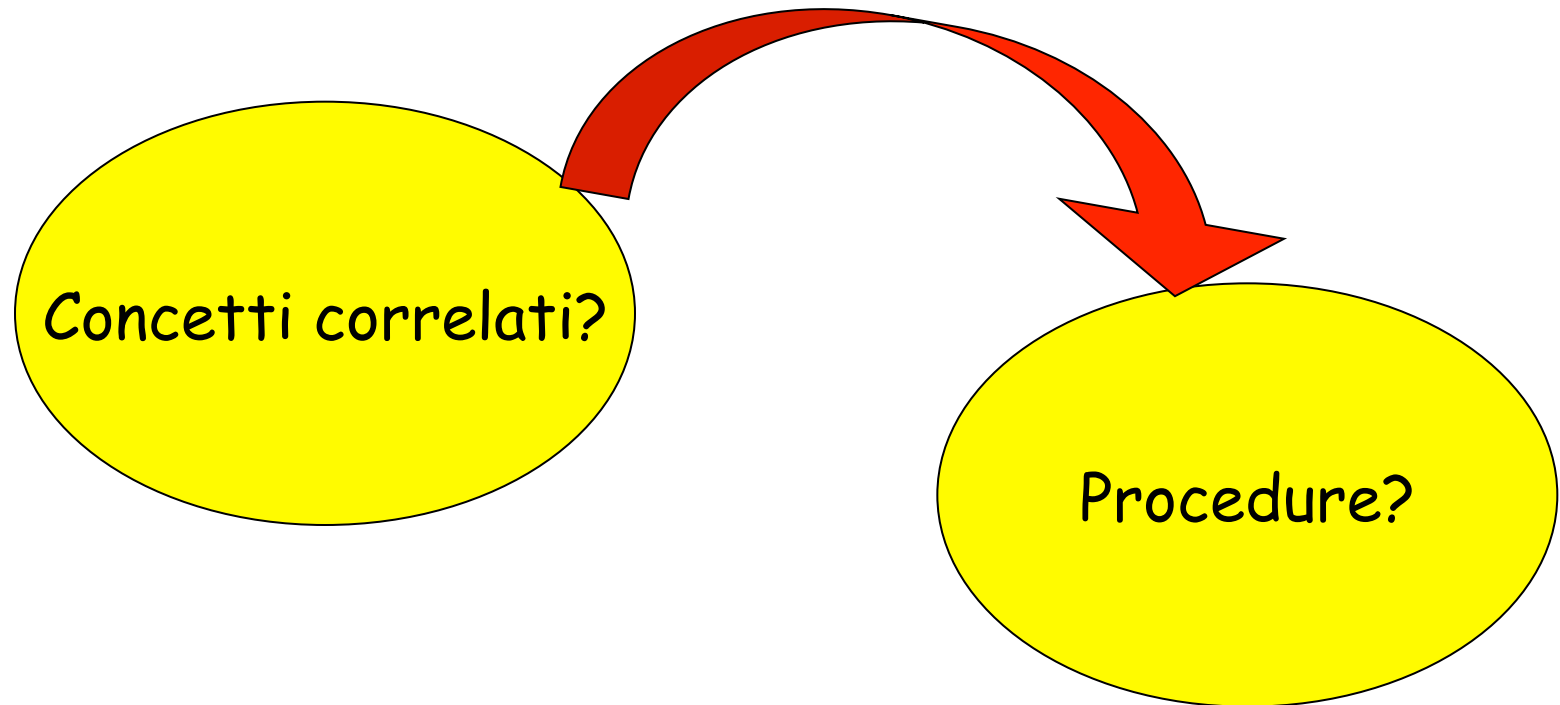
Cenno alla divisione



Divisione per partizione



Divisione per continenza

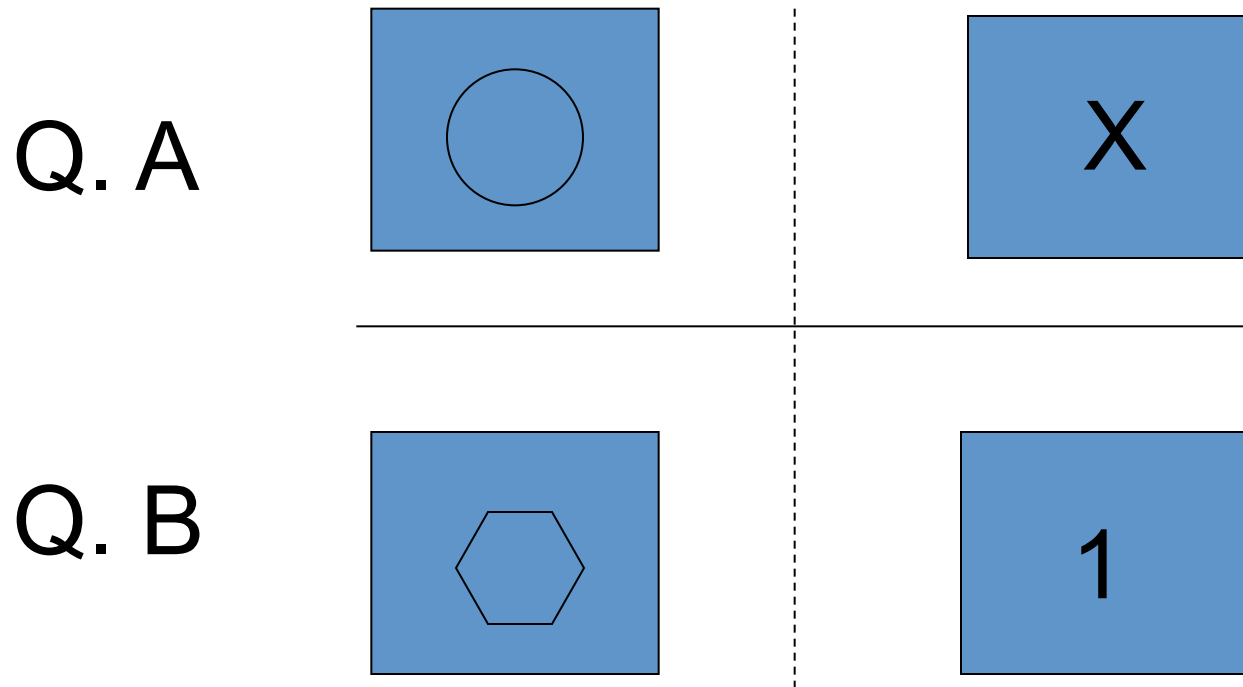


Struttura problemi divisione

- Tipologie di problemi:
- Si hanno 30 caramelle da sistemare in sacchetti contenenti ciascuna 6 caramelle. Quanti sacchetti servono?
- Si hanno 30 caramelle e 6 sacchetti a disposizione. Quante caramelle si devono mettere in ciascun sacchetto perché ogni sacchetto abbia lo stesso numero di caramelle?

Struttura riferita al pensiero proporzionale

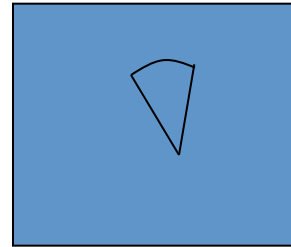
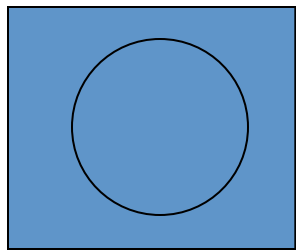
Partizione



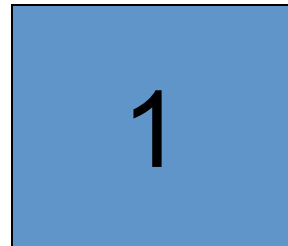
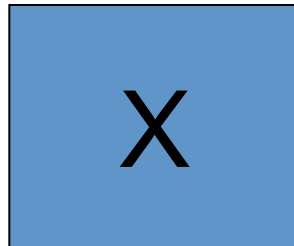
Struttura riferita al pensiero proporzionale

Contenenza

Q. A



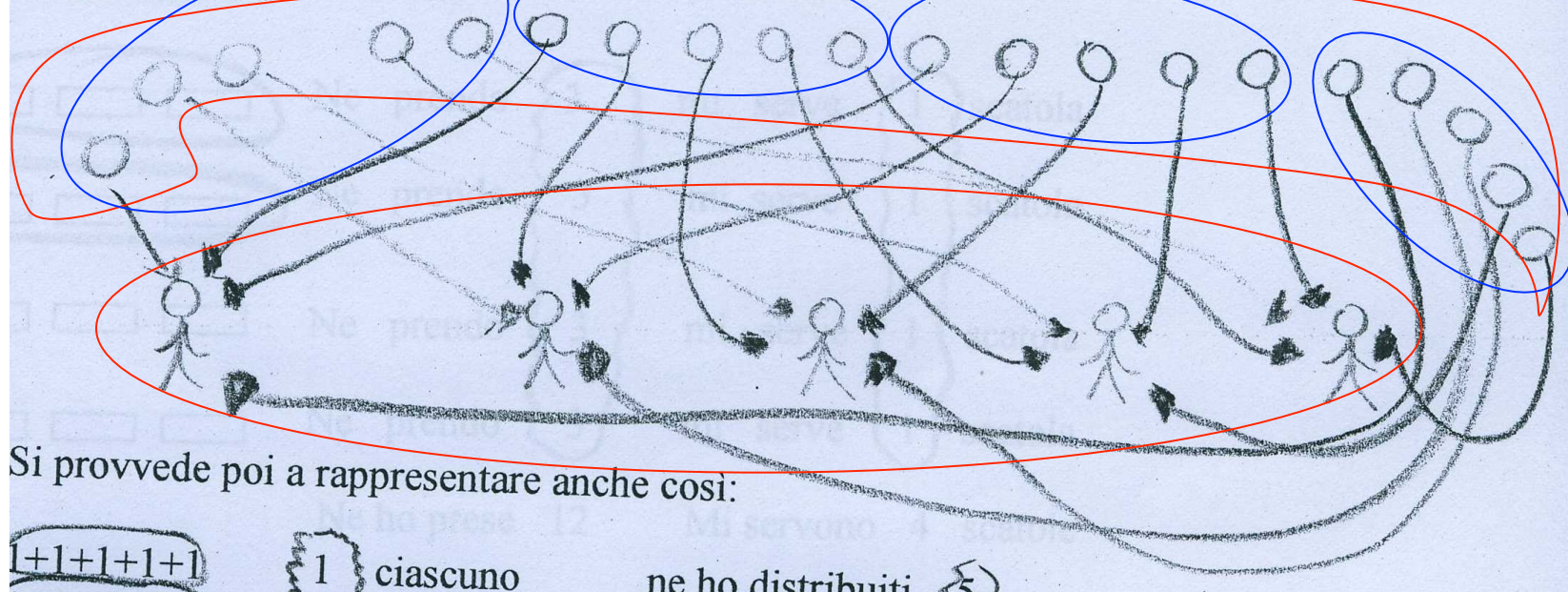
Q. B



Struttura riferita ai modelli insiemistici - partizione

20 pedine per un gioco con 5 giocatori che per regola devono avere lo stesso numero di pedine.

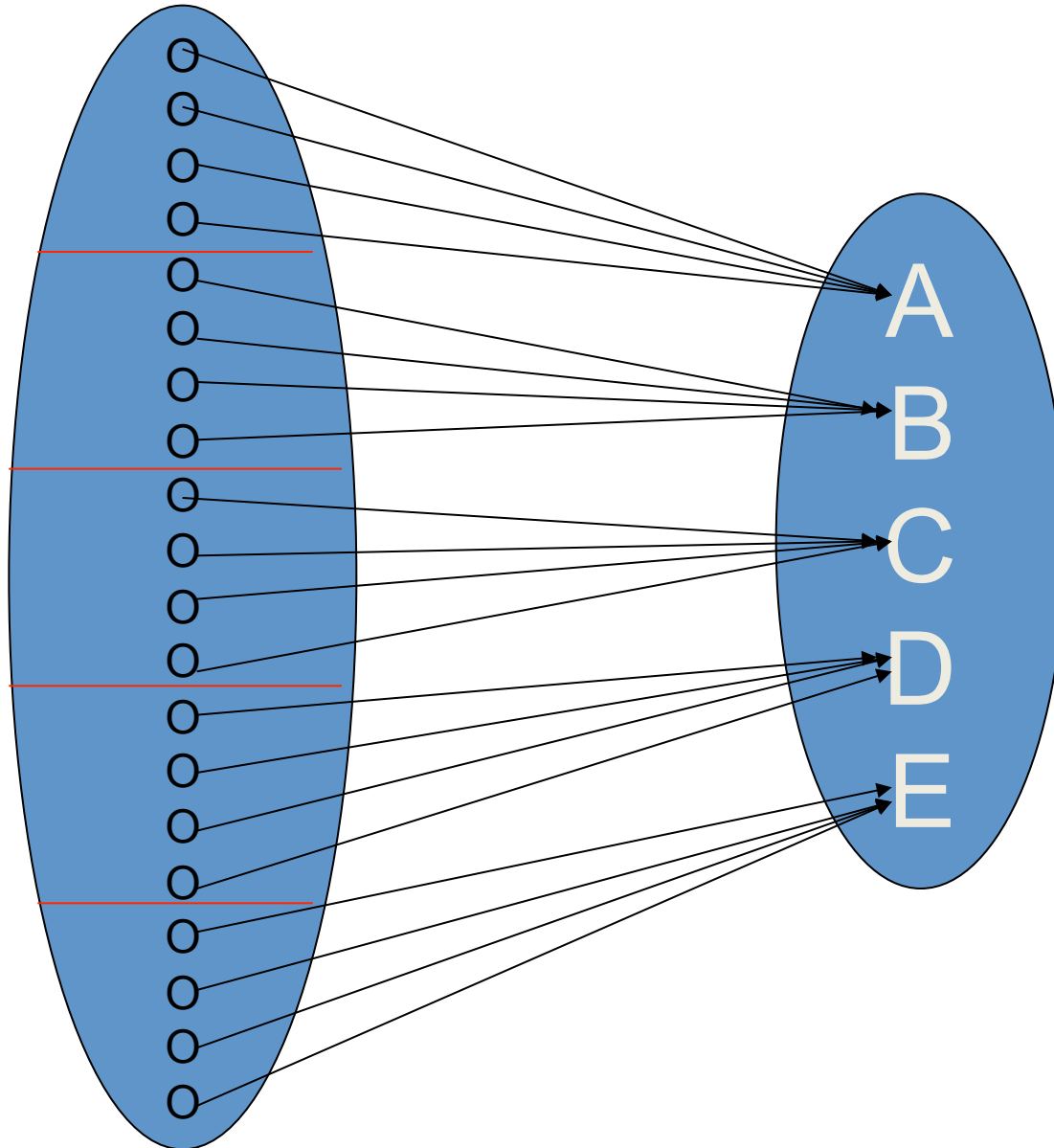
Si procede ancora concretamente per dividere la quantità ,con la distribuzione uno a uno e con il controllo di quanto si distribuisce per ogni giro, si trova la soluzione, si cerca una rappresentazione grafica che rappresenti ciò che si è fatto concretamente



Struttura riferita ai modelli insiemistici - partizione

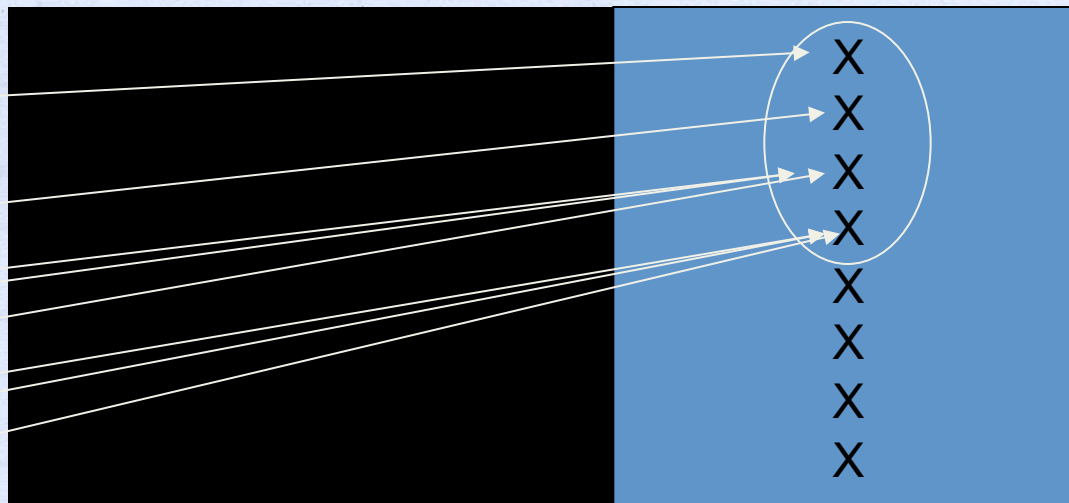
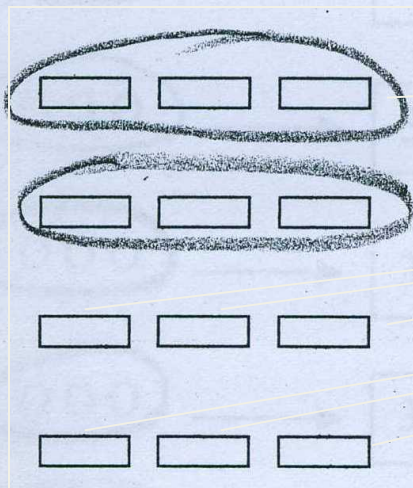
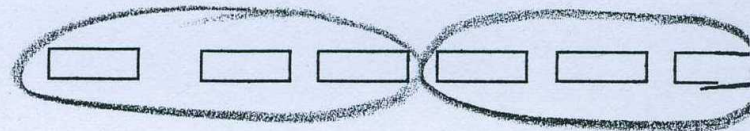
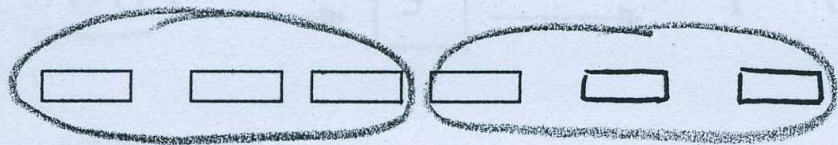
- Struttura insiemistica: funzione suriettiva dall'insieme della $Q. A$ (dominio) all'insieme della $Q. B$ (codominio) che...
- induce una relazione di equivalenza sugli elementi del dominio (avere la stessa immagine) e..
- la cardinalità delle classi di equivalenza indica il “risultato” della divisione

Insiemi e partizione



Struttura riferita ai modelli insiemistici - Contenenza

In salone vogliamo mettere a posto le macchinine con le quali giochiamo. Abbiamo 12 automobiline e delle vecchie scatole che per noi saranno i garages. Verifichiamo che in ogni scatola ci stanno 3 automobili. Di quante scatole abbiamo bisogno per mettere a posto tutte le automobili?



Struttura riferita ai modelli insiemistici - contenenza

- Struttura insiemistica: funzione dall' insieme della Q. A (dominio) all' insieme della Q. B (codominio) che...
- fa corrispondere ad un numero (fissato) di elementi del dominio uno stesso elemento del codominio e...
- la cardinalità dell' insieme delle immagini indica il “risultato” della divisione



Divisione per partizione

Problemi correlati

Qual è la struttura di un problema di D per P?

Che ruolo dare al resto (se e come introdurlo)?

Quale "idea" alla base della rappresentazione iconica?

Come si lega al vissuto dell' alunno?

Divisione per continenza:

Problemi correlati

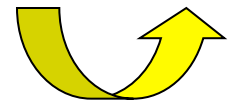
A quale registro fa riferimento?

Qual è la struttura dei problemi di D per C?

Quale "idea" alla base della rappresentazione iconica?

Che ruolo dare al resto (se e come introdurlo)?

Quale rapporto con la realtà dell' alunno?



Dalla divisione per P a quella per C :

Problemi correlati

La struttura dei
Problemi: come passare
da P a C ?

Gli algoritmi della
divisione e il
“retaggio linguistico”

Le frazioni
(come operatori)

Uguaglianza
o congruenza?
Cosa si intende per
“parti uguali”?

